Aztec Informatica®

AZTEC FEM GT

Modellatore ad Elementi Finiti per la Geotecnica

Aprile 2020

Versione 12.13a

Copyright © 2017, 2020 Aztec Informatica s.r.l.
Tutti i diritti riservati.

Qualsiasi documento tecnico che venga reso disponibile da Aztec Informatica è stato realizzato da Aztec Informatica che ne possiede il Copyright ed è proprietà di Aztec Informatica. La documentazione tecnica viene fornita così com'è e Aztec Informatica non fornisce alcuna garanzia sulla precisione o l'utilizzo di tali informazioni. L'utente si assume il rischio dell'utilizzo della documentazione tecnica o delle informazioni in essa contenute. La documentazione potrebbe contenere imprecisioni tecniche o di altro tipo, oppure errori tipografici. Aztec Informatica si riserva il diritto di apportare modifiche senza preavviso.
Le informazioni contenute nel presente manuale non rappresentano un impegno da parte della Aztec Informatica. Il software descritto in questo documento viene fornito con il Contratto di Licenza d'Uso. Il software stesso può essere utilizzato solo in conformità al contratto medesimo. Per nessun motivo nessuna parte di questo manuale può essere riprodotta in qualsiasi forma e/o mezzo senza il consenso scritto della Aztec Informatica. Se non specificato diversamente, ogni riferimento a società, nomi, dati e indirizzi utilizzati nelle riproduzioni delle schermate e negli esempi è puramente casuale ed ha il solo scopo di illustrare l'uso del prodotto Aztec Informatica.

WINDOWS è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 95 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 98 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS ME è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 2000 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS NT è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS XP è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS Vista è un marchio registrato della Microsoft Corporation

WINDOWS 7 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 8 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 8.1 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINDOWS 10 è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WINWORD è un marchio registrato della Microsoft Corporation
WORDPAD è un marchio registrato della Microsoft Corporation
Arial, Courier New, Times New Roman sono marchi registrati della The Monotype Corporation PLC
Altri nomi di marchi e nomi di prodotti sono marchi depositati o registrati dai rispettivi proprietari

MANUALE D'USO

Sommario

1 Introduzione 11
1.1 Oggetti e proprietà disponibili 12
1.2 Gestione tramite fasi 13
1.3 La generazione del modello 14
1.4 La visualizzazione dei risultati 15
1.5 La stampa della relazione e degli elaborati grafici 15
1.6 Modus Operandi 16
2 Convenzioni di segno utilizzate nel programma 17
3 Ambiente di Lavoro 19
4 Menu File 21
4.1 Opzioni lettura file 22
5 Menu Dati 23
5.1 Dati Generali 23
5.2 Elenco fasi 24
5.2.1 Definizione fase 25
5.3 Tipologia travi 26
5.3.1 Definizione tipologia trave 27
5.3.1.1 Definizione geometria tipologia trave 28
5.4 Elenco materiali 29
5.5 Definizione materiale 30
5.5.1 Materiale terreno 31
5.5.1.1 Parametri di Resistenza 31
5.5.1.2 Parametri di Deformabilità 35
5.5.1.3 Diagramma di variazione parametro 36

5.5.1.4 Parametri idraulici – Comportamento in falda 38
5.5.1.5 Riduzione parametri 39
5.5.2 Materiale strutturale 40
5.5.3 Materiale interfaccia 40
5.6 Definizione coefficiente di spinta a riposo (K_0) 41
5.7 Unità di misura 43
6 Definizione Fasi 44
6.1 Introduzione 44
6.2 Sequenza Fasi – Modifica della sequenza 46
6.3 Caratterizzazione della fase 47
6.4 Azzera Spostamenti Fine Fase 49
6.5 Modalità di Analisi 50
6.5.1 Analisi DRENATA con parametri efficaci 50
6.5.2 Analisi NON DRENATA con parametri efficaci 50
6.5.3 Analisi NON DRENATA con parametri totali 51
6.5.4 Analisi di CONSOLIDAZIONE 51
6.6 Pressioni Neutre da Fase Precedente 54
6.7 Tipo Analisi 55
6.7.1 Stato Iniziale 55
6.7.2 Equilibrio 58
6.7.3 Collasso 60
6.7.4 Dinamica 62
6.7.5 Riduzione Parametri 65
6.7.6 Filtrazione 69
6.7.6.1 Fase di Filtrazione Stazionaria (Steady State) 70
6.7.6.2 Fase di Filtrazione Varia (Transient) 70
6.7.6.3 Analisi di Filtrazione con i diagrammi Tempo-Potenziale 71

6.7.7 Considerazioni sulle Impostazioni delle Fasi 72
7 Menu Geometria 73
7.1 Estensioni 74
7.2 Superfici separazione strati 75
7.3 Elenco strati 76
7.3.1 Assegna materiale strato (Definizione strato) 77
7.4 Elenco Inclusioni 79
7.4.1 Definizione inclusione 79
7.5 Elenco scavi 80
7.5.1 Definizione scavo 80
7.6 Definizione falda 81
7.6.1 Definizione dei diagrammi Tempo-Potenziale 83
7.6.2 Cancellazione di un diagramma Tempo-Potenziale 84
7.6.3 Attivazione dei diagrammi Tempo-Potenziale 84
7.7 Elenco vincoli puntuali 85
7.7.1 Definizione vincolo puntuale 85
7.8 Elenco vincoli di linea 86
7.8.1 Definizione vincolo di linea 86
7.9 Elenco linee potenziale idraulico 88
7.9.1 Definizione linea potenziale idraulico 88
7.10 Elenco travi 90
7.10.1 Definizione trave 91
7.11 Elenco interventi 96
7.12 Elenco interfacce 97
7.12.1 Definizione interfaccia 97
8 Menu Carichi 101
8.1 Elenco carichi concentrati 101
8.1.1 Definizione carico concentrato 102

8.2 Elenco Carichi distribuiti 103
8.2.1 Definizione carico distribuito 103
8.3 Elenco carichi di volume 104
8.3.1 Definizione carico di volume 104
8.4 Elenco espansioni volumetriche 105
8.4.1 Definizione espansione volumetrica 105
8.5 Elenco carichi di portata (idraulica) 106
8.5.1 Definizione carico di portata concentrata 107
8.5.2 Definizione carico di portata distribuita 108
8.6 Definizione di carico dinamico 109
9 Menu Modello 111
9.1 Check Dati 112
9.2 Tipologia elementi 113
9.3 Opzioni generazione modello 114
9.4 Opzioni Modello 115
9.4.1 Calcolo Tensioni Nodali. Rientro Valori Nodali. 115
9.4.2 Elementi Trave 116
9.4.3 Elementi Interfaccia 116
9.4.4 Per analisi non drenata usa elementi ordine più basso per le pressioni neutre 118
9.5 Informazioni Modello 119
10 Menu Analisi 120
10.1 Opzioni analisi 120
10.2 Opzioni analisi dinamica 123
10.3 Gestione accelerogrammi 125
11 Menu Risultati 127
11.1 Spostamenti nodali e reazioni vincolari 127
11.2 Tensioni nodali 128

11.3 Tensioni Elementi 129
11.4 Tensioni principali 130
11.5 Deformazioni elementi 131
12 Menu Grafica 132
12.1 Funzioni comuni di gestione del disegno delle finestre grafiche 132
12.1.1 Griglia e snap 133
12.1.2 Elenco didascalie 134
12.1.3 Didascalia 135
13 Input Grafico 136
13.1 Barra degli Oggetti (orizzontale superiore) 137
13.2 Barra delle Azioni (verticale destra) 138
13.3 Barra di gestione Disegno (orizzontale inferiore) 140
13.3.1 Finestra Griglia e Snap 141
13.4 Menu pop-up 142
13.5 Input Superficie 143
13.6 La funzione Genera 145
13.6.1 Generazione rilevato 145
13.6.2 Generazione carichi di volume da strato 146
13.6.3 Generazione inclusione, scavo, carico di volume ed espansione volumetrica 146
13.6.4 Generazione vincoli di linea 147
13.7 La funzione Sposta 147
13.8 La funzione Spezza 148
13.9 La funzione Copia e/o trasla 148
13.10 La funzione Manipola 149
13.11 Opzioni grafiche 150
14 Grafica mesh 151
14.1 Barra degli Oggetti (orizzontale superiore) 151

14.2 Barra delle Operazioni (verticale a destra) 151
14.3 Menu pop-up 152
14.4 La funzione di Generazione mesh guidata 152
14.5 La funzione di Modifica 153
14.5.1 Modifica elemento 153
14.5.2 Modifica nodo 154
14.5.3 Modifica materiale 154
14.6 La funzione di Elenco 154
14.6.1 Elenco elementi 154
14.6.2 Elenco nodi 155
14.6.3 Elenco vincoli 155
14.6.4 Elenco carichi lato 155
14.6.5 Elenco carichi concentrati 156
14.6.6 Elenco carichi volume 156
14.6.7 Elenco elementi trave 157
14.6.8 Elenco elementi interfaccia 157
14.7 Matrice di Rigidezza ed Autovalori di un Elemento 157
14.8 Opzioni grafiche 158
15 Grafica Risultati 160
15.1 Barra orizzontale superiore (barra delle viste) 160
15.2 Barra orizzontale inferiore. 162
15.3 Vista Seguenze 163
15.4 Geometria 164
15.5 Spostamenti 165
15.6 Tensioni a mappa 167
15.7 Tensioni punti di Gauss 169
15.8 Deformazioni nei punti di Gauss 171
15.9 Risultati travi 173

15.10 Risultati interfacce 174
15.11 Risultati filtrazione 175
15.12 Diagramma 177
15.12.1 Stampa ed esportazione diagramma 180
15.13 Opzioni quotature 181
15.14 Mappa Colori 182
16 Generazione Modello 184
16.1 Elementi, Nodi, Gradi di Libertà 184
16.2 Opzioni per la generazione del modello 187
16.2.1 Mesh Strutturata e Non Strutturata 189
16.2.2 Mesh Quadrangolare e Poligonale 190
16.2.3 Mesh Mista 192
16.3 Qualità della Mesh 193
16.4 Mesh Travi e Aste 196
16.5 Mesh in presenza di interfacce 197
16.6 Considerazioni sulla generazione del modello 199
17 Richiami di meccanica del continuo 201
17.1 Il problema elastico 201
17.2 Tensioni e Deformazioni 202
17.3 Le equazioni indefinite di equilibrio 204
17.4 Relazioni deformazione-spostamenti 205
17.5 Legame costitutivo - Relazioni tensioni-deformazioni 206
17.6 Tensioni principali ed Invarianti 208
17.7 Tensioni sferiche e deviatoriche 210
17.8 Principio di minimo dell’energia potenziale totale 212
18 Elementi Finiti 213
18.1 Principio di minimo dell’energia potenziale totale 218
18.2 Assemblaggio della Matrice di Rigidezza Globale 219

18.3 Formulazione isoparametrica 221
18.3.1 Jacobiano 224
18.4 Elemento quadrilatero a 4 nodi (bilineare) 225
18.5 Elemento quadrilatero a 8 nodi 226
18.6 Elemento quadrilatero a 9 nodi 227
18.7 Elemento triangolare a 3 nodi 229
18.8 Elemento triangolare a 6 nodi 229
18.9 Elemento triangolare a 15 nodi 230
19 Elemento asta 3D 232
19.1 Elemento asta - Formulazione di Bernoulli 234
19.2 Elemento asta - Formulazione di Timoshenko 237
20 Elemento Molla alla Winkler 240
21 Metodi di calcolo analisi non lineare 241
21.1 Metodo di Newton-Raphson 241
21.2 Metodo di Newton-Raphson modificato 242
21.3 Arc Lenght Method 243
22 Analisi dinamica al passo 247
22.1 Metodo delle Differenze centrali 248
22.2 Metodo di Wilson θ 249
22.3 Metodo di Newmark 250
23 Bibliografia 251

PREMESSA

Il software **Aztec FEM GT** usa il Metodo degli Elementi Finiti (**FEM**) per modellare problemi nell'ambito dell'Ingegneria Geotecnica.
Il programma è stato sviluppato dalla **Aztec Informatica srl** che opera nel campo dello sviluppo software per l'ingegneria geotecnica da quasi trent'anni.
Rispetto alla modellazione tradizionale, un metodo di analisi numerica come il *FEM* è sicuramente in grado di fornirci una flessibilità maggiore non essendoci la necessità di fare ricorso ad ipotesi semplificative. Caratterizzando il terreno mediante i parametri di resistenza e deformabilità e mediante una opportuna legge di comportamento (criterio di rottura) otteniamo informazioni sullo stato deformativo e tensionale con un dettaglio impensabile per i metodi classici. Pensiamo, ad esempio, alle ipotesi sulle forze di interstriscia nei tradizionali metodi di stabilità dei pendii oppure alle ipotesi di Rankine e Coulomb per il calcolo della spinta.
Risolvendo tali problemi con il FEM non è necessario ricorrere a nessuna ipotesi semplificativa ma basta modellare il problema e procedere ad una analisi non lineare. Sembra tutto risolto. In effetti non è esattamente così.
Pur superando certe limitazioni presenti nei metodi tradizionali un modello numerico introduce nuove problematiche con cui bisogna confrontarsi,
Il legame costitutivo (o criterio di rottura) con cui caratterizziamo il terreno può presentare una formulazione semplice o una formulazione più complessa che richiede più parametri per la sua corretta definizione a fronte di una maggiore aderenza con i dati sperimentali. La variabilità degli stessi parametri di resistenza e rigidezza del terreno all'interno del dominio da analizzare spesso non indagata in modo dettagliato. Queste sono solo alcune delle problematiche legate alla caratterizzazione del comportamento del terreno.
Dal punto di vista più squisitamente numerico ricordiamo i problemi legati all'utilizzo di una mesh di elementi. Quale elemento utilizzare? Esistono diversi elementi sia triangolari che quadrangolari che presentano delle caratteristiche in termini di accuratezza della soluzione sensibilmente diverse tra di loro. Nel processo di soluzione numerica del modello (sempre non lineare) quale tolleranza utilizzare per la

soluzione? I problemi di convergenza (sempre in agguato!) possono essere risolti utilizzando un metodo di calcolo invece di un altro?.
Anche a livello di gestione ed interpretazione dei risultati si presentano dei problemi.
Il valore delle tensioni nei nodi (a partire dalle tensioni nei punti di integrazione) con quale metodo li calcolo? In letteratura esistono centinaia di pubblicazioni sull'argomento. Come posso 'leggere' la superficie di rottura in una analisi di stabilità di un pendio?

Queste sono solo alcune delle problematiche da tener presente quando si usa un metodo numerico come il Metodo degli Elementi Finiti.

Ciò non toglie che usato in modo consapevole il **FEM** rappresenta lo strumento più potente per risolvere problemi di modellazione in ambito geotecnico e non solo.

Lo sviluppo di **Aztec FEM GT** ci ha impegnato per anni.
Siamo consapevoli che ogni prodotto dell''intelligenza umana è sempre limitato e suscettibile di miglioramento ma, nel contempo, siamo convinti di avere sviluppato uno strumento che sarà sicuramente di grande utilità per quei professionisti che decideranno di farne uso.

Il Responsabile Sviluppo Software della Aztec Informatica

ing. Maurizio Martucci

1 Introduzione

Il software **Aztec FEM GT** sviluppato dalla **Aztec Informatica srl** usa il Metodo degli Elementi Finiti (FEM).
Sviluppato nell' ipotesi di *Deformazione Piana* consente la modellazione dei problemi più frequenti nella progettazione geotecnica.
Tra essi annoveriamo: calcoli di cedimenti e di portanze, verifiche di stabilità di pendii, verifiche di opere di sostegno, realizzazione di scavi e riporti, processi di consolidazione, moti di filtrazione sia in condizioni stazionarie che variabili. E' inoltre possibile eseguire analisi dinamiche importando gli opportuni accelerogrammi oppure definendo dei carichi dinamici.

Aztec FEM GT è dotato di

- ambiente di Input Grafico dedicato
- generatore di mesh
- solutore non lineare
- ambiente grafico per la visualizzazione dei risultati
- generatore di elaborati (testo e grafica)

Tramite questi strumenti è possibile definire il problema in modo accurato e veloce, generare e visualizzare il modello, visualizzare i risultati dell'analisi in modo chiaro e sintetico. Inoltre, le svariate opzioni messe a disposizione dell'Utente rendono il software uno strumento estremamente potente e flessibile.

1.1 Oggetti e proprietà disponibili

Aztec FEM GT lavora per fasi.

In ogni fase è possibile inserire una molteplicità di oggetti atti a definire il nostro problema. Gli oggetti disponibili nel software e che è possibile gestire nella finestra di **Input Grafico** sono:

Superfici

sono delle polilinee le cui intersezioni definiscono gli strati

Strati

vengono definiti dalle superfici e sono caratterizzati da un materiale

Scavi

definiti tramite una polilinea che modifica(taglia) il piano campagna. E' anche possibile definire degli scavi in sotterraneo

Inclusioni

sono degli strati definiti mediante un poligono generico e non generati da intersezioni di superfici

Vincoli

sono linee di vincolo o vincoli puntuali sia rigidi che elastici

Spostamenti imposti

sono linee di spostamenti imposti

Falda

definita tramite una polilinea

Carichi

carichi di volume, di linea e concentrati ed espansioni volumetriche

Elementi strutturali

travi, scatolari, tiranti, muri di sostegno e paratie

Linee di interfaccia

Utilizzate per gestire variazione di caratteristiche meccaniche

Naturalmente è possibile definire una serie di terreni ognuno caratterizzato da parametri di resistenza, di rigidezza e permeabilità e da un legame costitutivo elastoplastico. I terreni rappresentano la proprietà principale degli strati.

1.2 Gestione tramite fasi

Come abbiamo accennato nel paragrafo precedente il software lavora per fasi.
Una fase può essere vista come un contenitore degli oggetti sopra descritti.
Da una fase all'altra è possibile modificare gli oggetti presenti mediante operazioni di inserimento, cancellazione e modifiche di proprietà. E' proprio la variazione di oggetti o proprietà di oggetti che induce nel sistema uno squilibrio che bisogna analizzare.

In generale si procede come segue.
Si definisce una fase che assumeremo come Fase Iniziale (Fase 1) del nostro lavoro. Questa fase sarà caratterizzata da spostamenti e deformazioni nulle e da uno stato tensionale iniziale (Σ_0).
Nella fase successiva l'inserimento di uno o più oggetti (rilevato, carico, etc) introduce una variazione di carichi applicati al sistema che bisogna riequilibrare tenendo conto dello stato tensionale della fase iniziale (Σ_0). Il processo di soluzione mi fornirà uno stato di equilibrio caratterizzato da spostamenti $\mathbf{U_1}$, deformazioni $\mathbf{E_1}$ e tensioni Σ_1.
Lo stato tenso-deformativo così ottenuto sarà lo stato di partenza per una eventuale fase successiva.
Si procede quindi tramite una sequenza di fasi fino alla completa definizione del problema da analizzare.

Le fasi pertanto rappresentano una sequenza temporale (anche se la grandezza TEMPO non viene evidenziata in modo esplicito).
Trattandosi di problemi elastoplastici la sequenza delle fasi è importante nel senso che la soluzione di una fase dipende da quella della fase precedente.

Tutto l'inserimento la cancellazione e la modifica di oggetti nelle fasi viene gestita nella finestra **Input Grafico**

Vedremo in un capitolo successivo come caratterizzare le varie fasi.

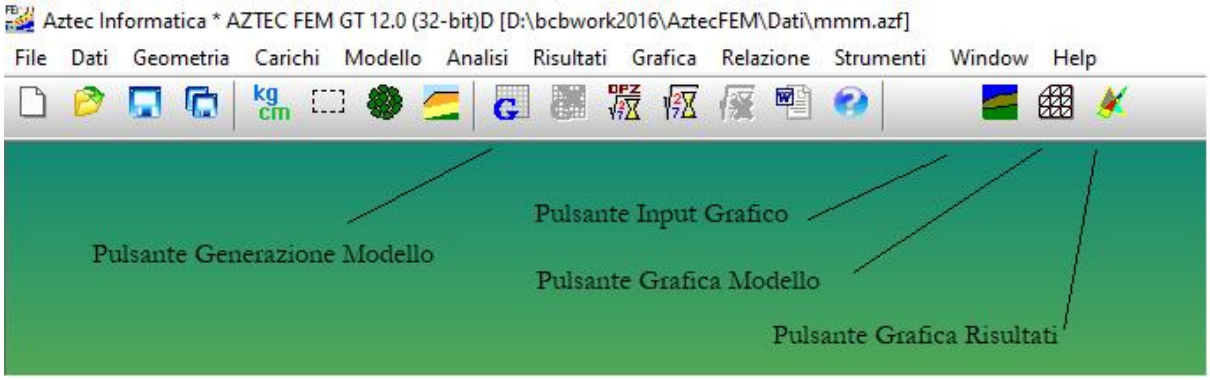
1.3 La generazione del modello

A partire dagli oggetti definiti nelle varie fasi **Aztec FEM GT** procede alla definizione del modello. Un modello ad elementi finiti è costituito da nodi ed elementi. Gli elementi sono dei poligoni semplici (triangoli o quadrilateri) connessi tra di loro tramite i nodi. L'operazione di generazione mesh provvede a suddividere tutto il dominio da analizzare in elementi (vengono generati contestualmente anche i nodi). La generazione deve rispettare le linee di separazione degli strati (ad ogni elemento verrà attribuito un solo materiale) la posizione e l'ingombro di carichi concentrati e distribuiti (ad esempio, in corrispondenza di un carico puntuale dovremo avere un nodo), la posizione di vincoli, etc.
Una volta generati nodi ed elementi è possibile attribuire ad essi le proprietà opportune. Agli elementi viene assegnato il materiale (per ogni fase) mentre un nodo può avere uno o più spostamenti vincolati o un carico concentrato. Inoltre, sia i nodi che gli elementi hanno un attributo di esistenza che varia fase per fase. Infatti, un nodo o un elemento può essere presente in una fase e mancare in una fase precedente o successiva (pensiamo al caso della realizzazione di uno scavo o di un riporto).

Il modello può essere visualizzato ed interrogato nella finestra **Grafica Mesh**.

1.4 La visualizzazione dei risultati

Ottenuta la soluzione in termini di spostamenti, deformazioni e tensioni nella finestra **Grafica Risultati** troviamo gli strumenti che ci consentono di leggere la soluzione. Diverse viste ci consentono di visualizzare i risultati in modo veloce ed agevole. In ogni vista è disponibile l'interrogazione di mappe e diagrammi per leggere il valore numerico di una determinata grandezza.



1.5 La stampa della relazione e degli elaborati grafici

La relazione viene generata automaticamente dal software in formato RTF mentre i disegni possono essere esportati in diversi formati.

1.6 Modus Operandi

In **Aztec FEM** non è obbligatorio seguire una determinata sequenza di azioni quando definiamo un lavoro. E' possibile sempre modificare geometria, caratteristiche materiali, opzioni di analisi senza nessun problema. Comunque, la tipica sessione di lavoro in **Aztec FEM** si può così sintetizzare:
Impostazioni delle unità di misura desiderate
(Menu DATI->Unità di Misura)
Definizione delle caratteristiche dei terreni che andremo ad utilizzare
(Menu DATI->Definizione Materiali)
Definizioni di tipologie di travi (se dobbiamo inserire degli elementi strutturali)
(Menu DATI->Tipologia Travi)

L'input delle fasi avviene nella finestra di Input Grafico:
Per ogni fase Impostiamo il Tipo di Analisi e procediamo alla

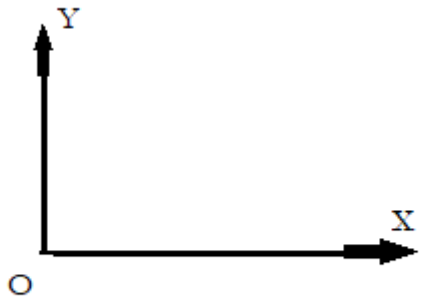
Definizione delle stratigrafie ed assegnazione dei materiali agli strati
Definizione degli scavi e riporti
Definizione di vincoli
Definizione di carichi (Inserimento, Modifica o Rimozione)

Generazione del modello che consente di ottenere la mesh di elementi (triangolari, quadrangolari o mista) (Menu Modello->Genera Modello)

Impostazione delle Opzioni di Analisi (Menu Analisi)
Avvio dell'Analisi (Menu Analisi)
Visualizzazione dei risultati (spostamenti, deformazioni, tensioni, etc) nella finestra Grafica Risultati.
Generazione della relazione e dei disegni (Menu Relazione)

2 Convenzioni di segno utilizzate nel programma

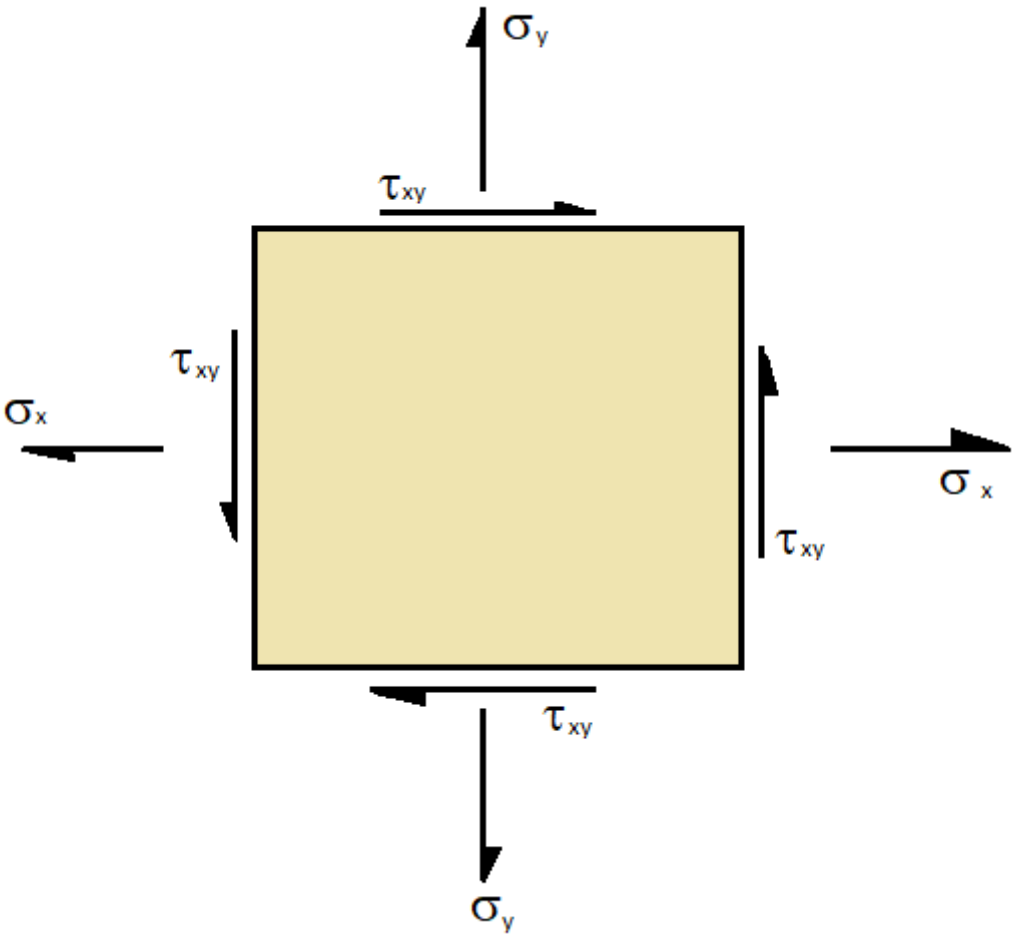
Le convenzioni di segno utilizzate in **Aztec FEM** sono descritte in questo capitolo.
Gli assi coordinati sono riportati nel disegno



Le ascisse X si intendono positive verso destra.
Le ordinate Y si intendono positive verso l'alto.

I carichi, gli spostamenti e le reazioni vincolari seguono questa convenzione.
Pertanto, per definire un carico verso il basso dobbiamo inserirlo negativo.
Lo stesso dicasi per l'input di spostamenti imposti.

Le convenzioni sulle tensioni sono



Tensioni di compressioni NEGATIVE
Tensioni di trazione POSITIVE

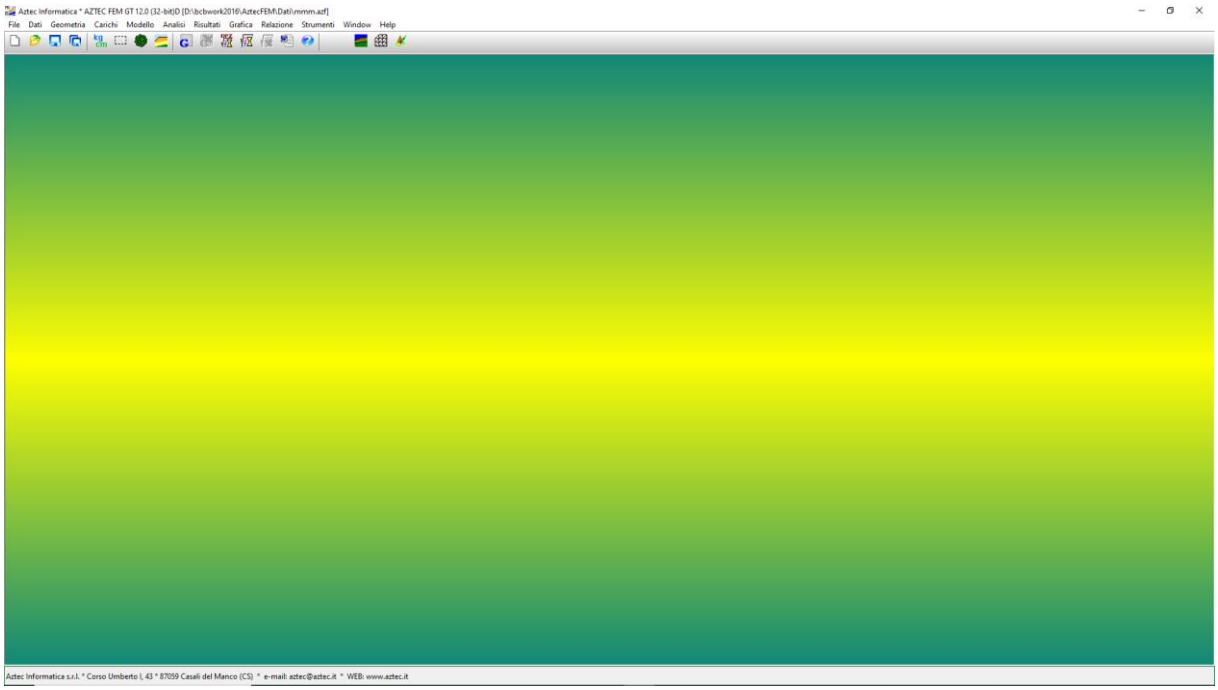
Le pressioni neutre sono **negative di compressione** in una analisi che coinvolge lo stato tensionale dei terreni (tutte le fasi diverse da Fasi di Filtrazione).

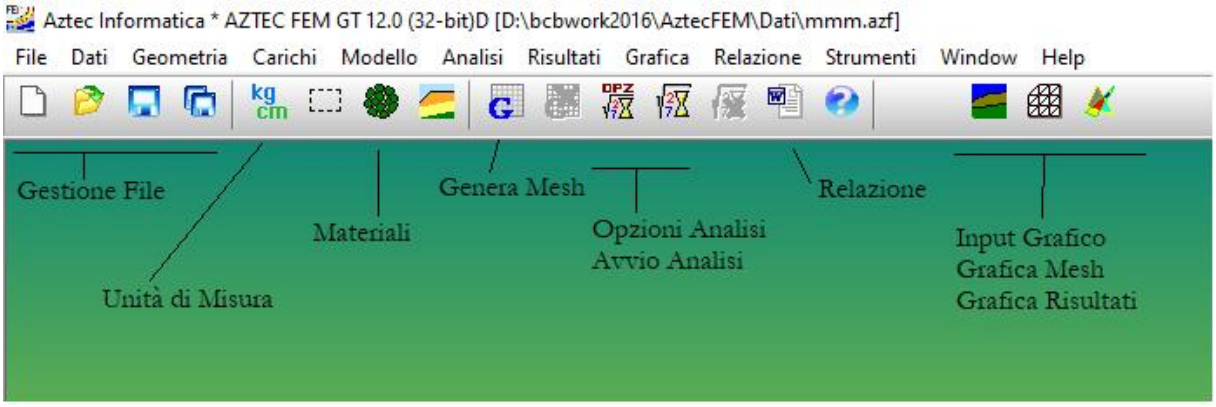
Nelle fasi di filtrazione (e solo in queste) le pressioni neutre sono positive.

Le unità di misura sono sempre esplicitate e riportate in accordo alle unità di misura impostate nel menu DATI.

3 Ambiente di Lavoro

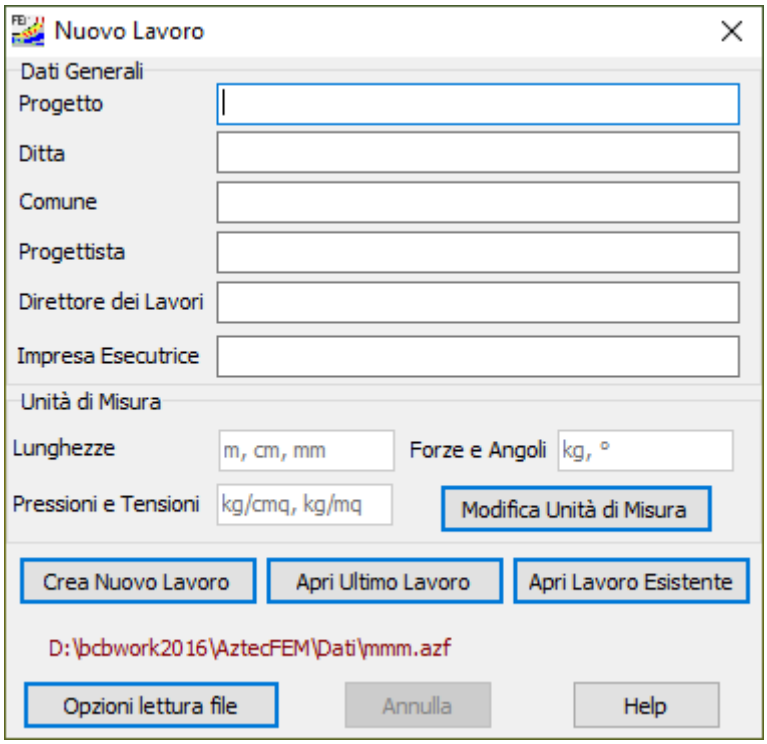
L' ambiente di lavoro di **Aztec FEM** è dotato di una bara di strumenti superiore in cui sono presenti i pulsanti di uso più frequente e dal menu principale dove sono presenti tutte le voci per la gestione del programma. E' possibile personalizzare il colore di sfondo dalla voce Strumenti del menu principale



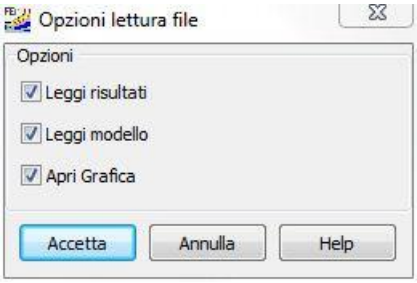


All’avvio del programma viene proposta la seguente finestra che consente di selezionare tra

- Apertura dell’ultimo lavoro
- Creazione di un nuovo lavoro
- Apertura di un lavoro esistente



Inoltre, è possibile selezionare le unità di misura da utilizzare.
Dal pulsante [Opzioni Lettura File] è possibile accedere ad una finestra di opzioni per la lettura del file



In questa finestra è possibile Disattivare la lettura del modello e dei risultati e può essere utile se in fase di salvataggio si è verificato qualche errore di sistema che non consente la corretta apertura del file.

4 Menu File

Nel menu FILE troviamo tutti i comandi necessari per le operazioni di scrittura e lettura dei dati su disco.
Il menu presenta le seguenti voci:
Nuovo, avvia un nuovo lavoro. Il programma chiede conferma della cancellazione di tutti i dati inseriti.

Apri, apre la finestra di dialogo per caricare un file dati. Se il file attivo non è stato salvato, il programma chiede se avviare la procedura di salvataggio. La procedura è quella standard dell'ambiente **Windows®**. L'estensione di default dei files dati del programma è ".azf".

File Recenti Consente di visualizzare gli ultimi lavori. E' possibile selezionare un file recente per l'apertura.

Salva, permette di salvare il lavoro corrente. La procedura è quella standard dell'ambiente **Windows®**. Il programma effettua, comunque, il salvataggio dei dati all'avvio dell'analisi e della generazione del modello.

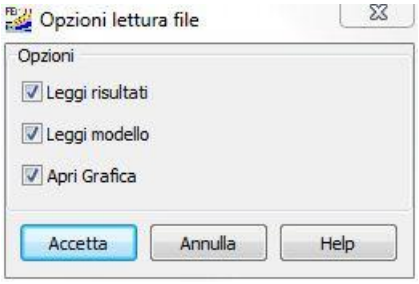
Salva con nome, permette di salvare il lavoro corrente assegnando il nome al lavoro. La procedura è quella standard dell'ambiente **Windows®**.

Opzioni lettura file, permette di accedere alla finestra Opzioni lettura file, che dà la possibilità di impostare delle opzioni per recuperare parte o la totalità dell'analisi precedentemente fatta.

Esci, permette di uscire dal programma. Se i dati non sono stati salvati compare la richiesta di salvataggio degli stessi.

Il menu contiene, inoltre, l'elenco degli ultimi file aperti nel programma. Per aprire rapidamente uno di tali file, occorre cliccare sul relativo nome.

4.1 Opzioni lettura file



Le impostazioni che possono essere attivate/disattivate nella finestra riguardano:

- **Leggi modello**, consente di attivare/disattivare la lettura del modello di calcolo;
- **Leggi risultati**, consente di attivare/disattivare la lettura dei risultati del modello analizzato.

Questa funzione è utile quando, per eventuali errori verificatisi nel salvataggio file, non è più possibile leggere lo stesso;

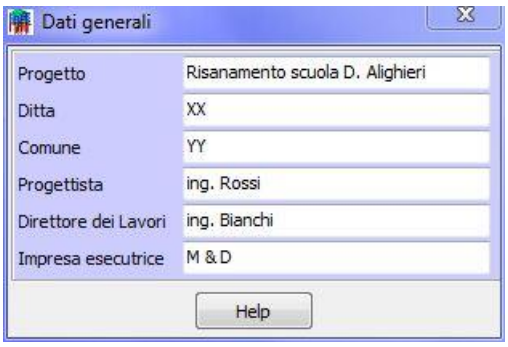
Apri grafica, consente di attivare/disattivare l'apertura della finestra Grafica all'apertura di un file dati.

5 Menu Dati

Nel **menu Dati** sono presenti tutte le voci che consentono di richiamare le finestre per la definizione di tutti i possibili dati che verranno usati nel modello.

Da questa finestra è possibile definire:
Elenco fasi;
Tipologia travi;
Definizione materiali;
Definizione coefficiente di spinta;
Nei paragrafi seguenti verranno descritte le singole finestre e le loro funzionalità.

5.1 Dati Generali



E' possibile accedere alla finestra **Dati generali**, dall'omonima voce del **menu Dati**. La finestra consente di inserire una serie di dati generali che potranno essere riportati in relazione:
Progetto, definire la descrizione dell'opera da realizzare;
Ditta, definire la ditta committente dell'opera;
Comune, località in cui ricade l'opera da realizzare;
Progettista, generalità del tecnico che esegue il calcolo;
Direttore dei Lavori, generalità del tecnico direttore;
Impresa esecutrice, denominazione dell'impresa esecutrice dei lavori.

5.2 *Elenco fasi*

Nella finestra viene riportato l'elenco delle fasi definite con le seguenti informazioni:

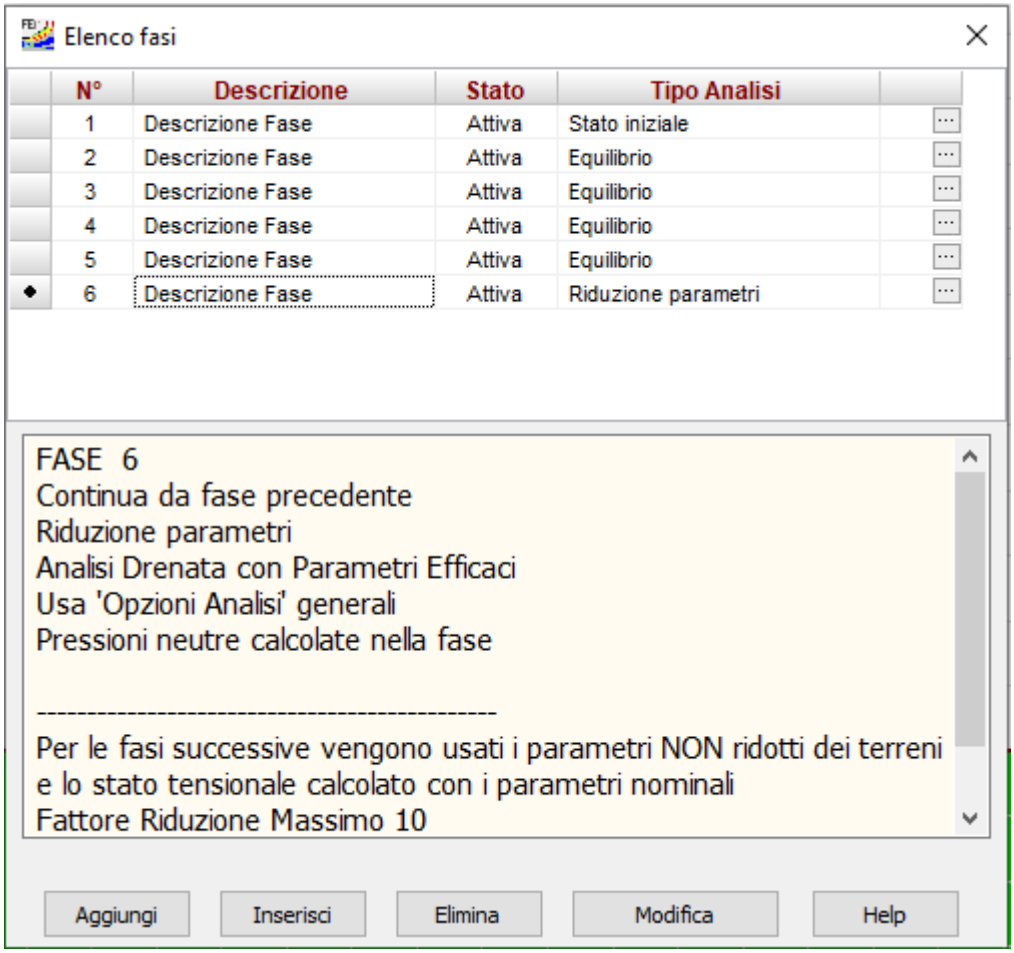
n°, indice della fase;

Descrizione della fase;

Stato. La fase può essere Attiva o Disattivata. Quando la fase è disattivata viene esclusa dal calcolo;

Tipo analisi., Può essere Stato iniziale, Equilibrio, Dinamica, Collasso, Riduzione parametri, Filtrazione.

Dettagli, consente di visualizzare in modo più dettagliato tutte le caratteristiche della stessa.



Nella parte inferiore della finestra vengono riportate le caratteristiche della fase in modo dettagliato.

Tramite il pulsante **Aggiungi** è possibile aggiungere una nuova fase in coda alle fasi esistenti.
Il pulsante **Inserisci** consente l'inserimento di una nuova fase in una posizione qualsiasi dell'elenco delle fasi esistenti.
Il pulsante **Elimina** cancella la fase corrente.
Tramite il pulsante **Modifica** si accede alla modifica della fase corrente.

5.2.1 Definizione fase

E' possibile accedere alla finestra **Definizione fase**, cliccando sui pulsanti *Modificai* dell'**Elenco fasi**.
Per la descrizione dettagliata si rimanda al capitolo dedicato **Gestione Fasi (**Definizione Fasi**)**.

5.3 *Tipologia travi*

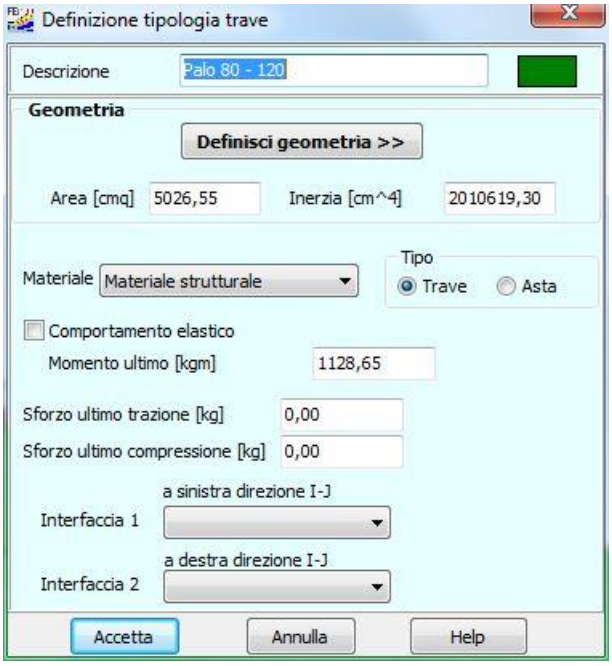
Nella finestra viene riportato l'elenco delle tipologie travi:

- **Descrizione** del tipo trave;
- **Area** sezione della trave, espressa in [$L2^2$];
- **Inerzia** sezione della trave, espressa in [$L2^4$];
- **Materiale** costituente la trave;
- **Colore**.

Attraverso i pulsanti presenti nella parte bassa della finestra è possibile aggiungere una nuovo tipologia trave, modificare, duplicare ed eliminare una tipologia trave esistente.

Il colore viene usato nella rappresentazione.

5.3.1 Definizione tipologia trave



La tipologia trave racchiude alcune caratteristiche comportamentali che assumerà la trave quando verrà usata all'interno del modello da analizzare.

I dati che definiscono una tipologia trave sono:

- la **Descrizione**, che serve per poterla identificare quando sono presenti più tipologie;
- la geometria: **Area**, espressa in [$L2^2$] ed **Inerzia**, espressa in [$L2^4$]. Questi dati possono essere anche calcolati automaticamente se si accede alla finestre **Definizione geometria tipologia trave**, alla quale si accede cliccando sul pulsante **Definisci geometria**.
- Il **materiale**, a scelta tra i materiali strutturali definiti. Il programma consente di selezionare dall'elenco solo i materiali di tipo strutturale;
- il **tipo**, a scelta tra **Trave** (possono agire sollecitazioni di momento, taglio e sforzo normale) ed **Asta** (può agire solo sforzo normale);
- se il comportamento è elastico e se non lo è il momento che determina la plasticizzazione (momento ultimo), espresso in [F1 L1];
- gli **sforzi ultimi di trazione** e **compressione**, espressi in [F1]; è significativo solo se in comportamento non è elastico;
- i **materiali di interfaccia** a sinistra e a destra della direzione I-J della trave a scelta tra i materiali di interfaccia definiti. Il programma consente di selezionare dall'elenco solo i materiali di tipo interfaccia. Se non ci sono materiali di interfaccia è possibile definirlo selezionando dall'elenco *Nuovo materiale interfaccia*. L'inserimento di interfacce consente al modello di simulare scorrimenti e distacchi tra trave e terreno rendendo il comportamento più realistico.

5.3.1.1 Definizione geometria tipologia trave

Attraverso i dati contenuti in questa finestra è possibile ricavare in modo semplice i dati che caratterizzano la geometria della tipologia trave.

Nello specifico, data la forma della trave, la geometria e alcune caratteristiche dei materiali che la costituiscono, è possibile ricavare **Area**, **Inerzia** e **Momento ultimo al metro**.

In funzione della forma scelta è possibile definire:

- per una sezione rettangolare: base, altezza e interasse tra gli elementi, espressi in [L1];
- per la sezione circolare e circolare con tubolare: diametro e interasse, espressi in [L1];

Oltre ai dati geometrici possono essere forniti anche dei dati strutturali (copriferro, percentuale di armatura, resistenza cubica caratteristica del cls e tensione di snervamento dell'acciaio. Se la sezione è di tipo circolare con tubolare, al posto del copriferro e della percentuale di armatura, vengono richiesti diametro e spessore del tubolare.

5.4 *Elenco materiali*

La finestra **Elenco materiali** viene visualizzata cliccando sull'omonima voce del **menu Dati**.

Nella finestra viene riportato l'elenco dei materiali, con le seguenti informazioni:

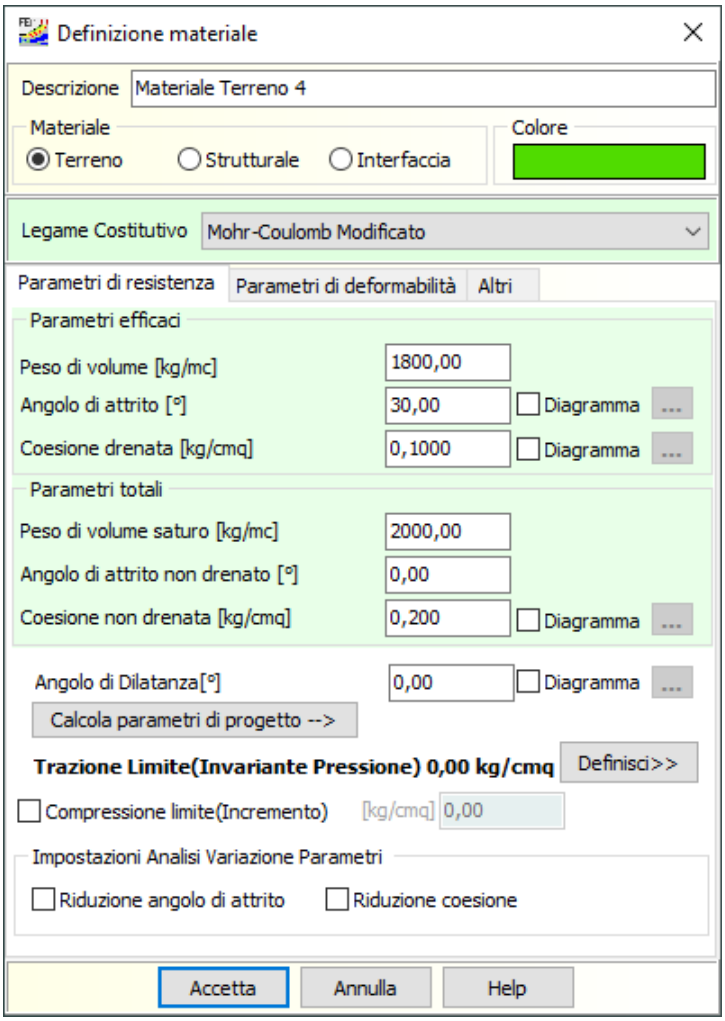
- il **Tipo** (TR: terreno, ST: strutturale e INT: Interfaccia);
- il **Comportamento** (Isotropo, Ortotropo e Generico);
- la **Descrizione**;
- il **Legame costitutivo**;
- il **colore** usato nella rappresentazione del modello;
- **Rp** è l'acronimo di **riduzione parametri**, indica se il terreno deve essere soggetto alla riduzione dei parametri nel caso venga definita una fase di tipo *riduzione parametri* (cap. 5.2.1).

Nella prima colonna oltre all'indice progressivo del materiale definito, viene riportato tra parentesi quadre una [A] che indica se quel materiale è usato nel modello (A sta per attivo).

In fondo alla tabella vengono sintetizzati alcuni parametri di resistenza e di deformabilità del terreno selezionato in tabella.

5.5 *Definizione materiale*

Alla finestra **Definizione materiale** è possibile accedere dalla finestra **Elenco materiali**.



Per caratterizzare compiutamente il comportamento dei materiale è necessario definire parametri di resistenza (angolo di attrito e coesione), parametri di rigidezza (modulo elastico e modulo di Poisson) e parametri idraulici (permeabilità e comportamento) oltre al legame costitutivo che ne caratterizza il comportamento elasto-plastico.

Nella finestra è possibile definire:

La **Descrizione**;

Il **tipo**, a scelta tra terreno, strutturale e di interfaccia;

Il **legame costitutivo**, a scelta tra Elastico, Von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, Mohr-Coulomb modificato, Tresca, Matsuoka-Nakay, Lade, Cam-Clay modificato, Hoek-Brown;
Per la descrizione dei vari modelli si rimanda al capitolo dedicato.

Per i parametri di resistenza, angolo di attrito e coesione efficaci e totali, è possibile definire un diagramma di variabilità in funzione della deformazione plastica cumulata. Questo po' essere fatto attivando il check **Diagramma** a lato del parametro per cui vogliamo definire il diagramma.

5.5.1 Materiale terreno

I dati che è necessario definire nei materiali di tipo **terreno** sono:

I pesi di volume naturale e saturo, espresso in [F1/L1^3];

5.5.1.1 Parametri di Resistenza

Angolo di attrito (ϕ') e coesione efficaci (c')
Vengono utilizzati quando per la fase è impostata una delle seguenti modalità di analisi

- Analisi Drenata
- Analisi Non Drenata con parametri efficaci
- Analisi di Consolidazione

Angolo di attrito (ϕ_u) e coesione non drenati (c_u)
Vengono utilizzati solo nel caso in cui per la fase è impostata la modalità di analisi

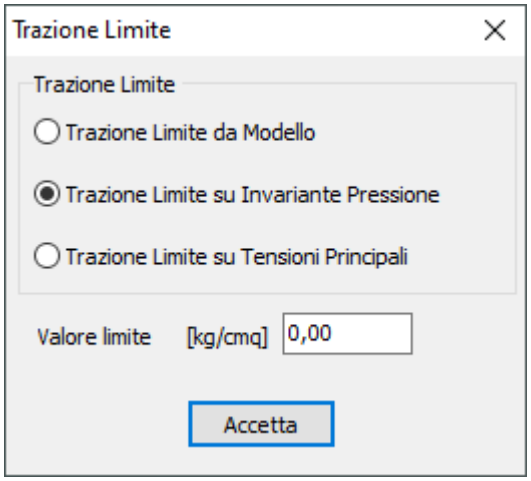
- Analisi Non Drenata con parametri totali

(Per la descrizione delle modalità di analisi della fase fare riferimento al capitolo

dedicato alle fasi)

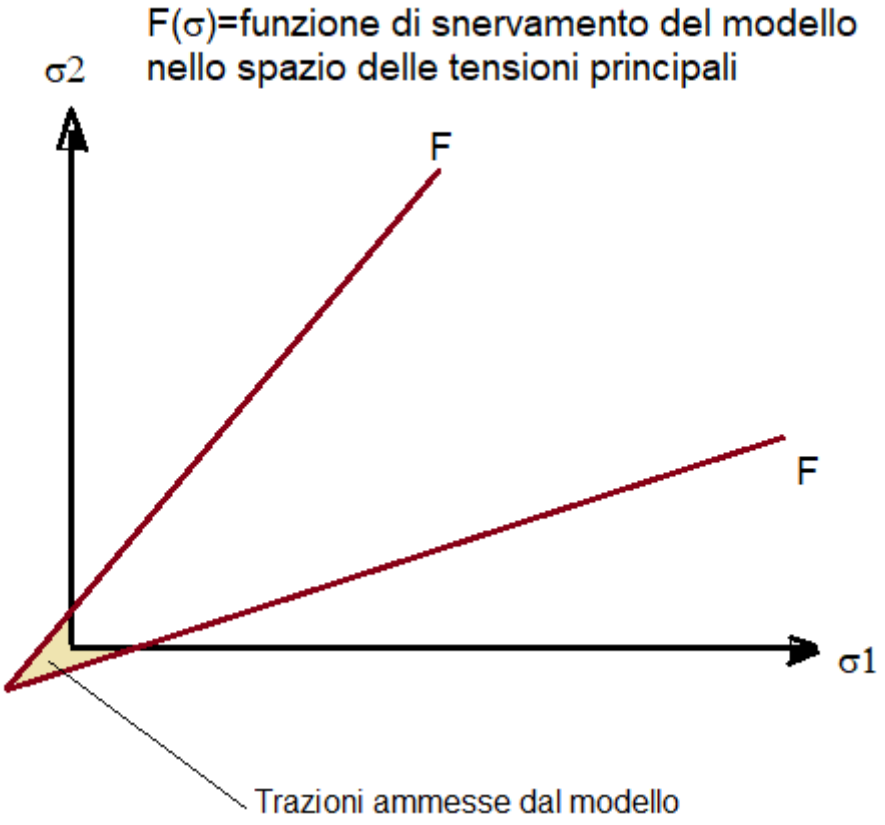
Angolo di dilatanza ψ, espresso in [°];
Questo parametro regola le deformazioni volumetriche rispetto alle deformazioni deviatoriche in condizioni di plasticizzazione. In genere si assume un valore compreso tra 0° e (ϕ-30)°. In ogni caso deve essere $\psi \leq \phi$.
A valori maggiori di ψ corrispondono maggiori deformazioni volumetriche (spesso irrealistiche).

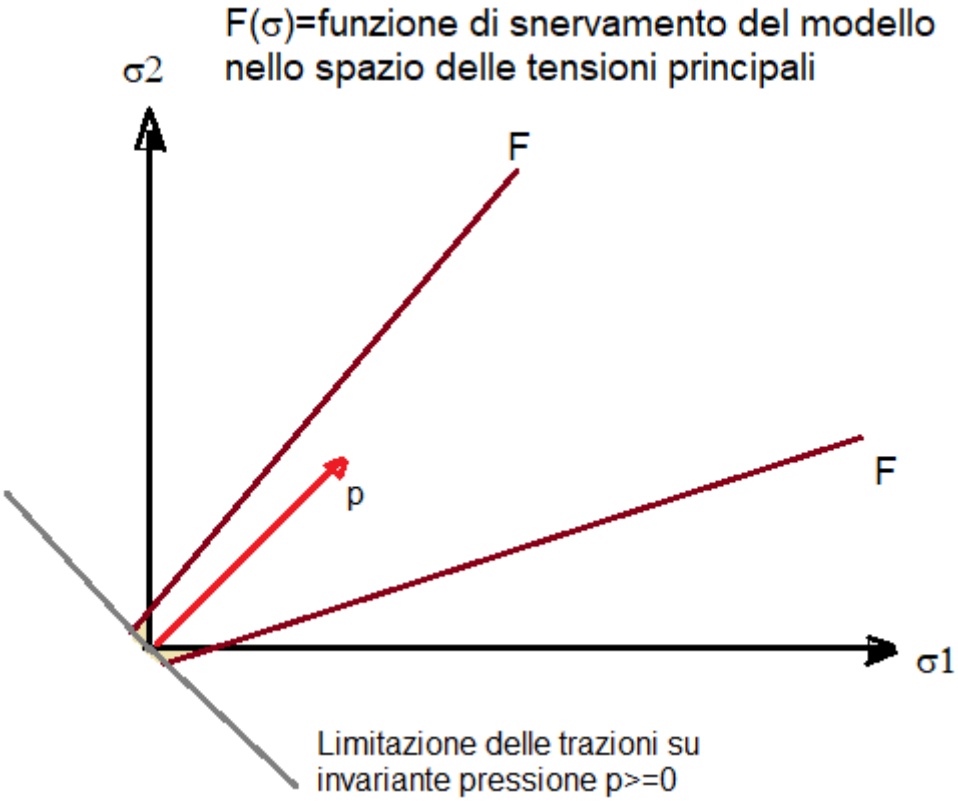
Diversi legami costitutivi (Drucker-Prager, Mohr-Coulomb) ammettono per i terreni la presenza di trazione (in presenza di coesione). E' possibile limitare la trazione impostando un valore limite. Tramite il pulsante **<Definisci>** attiviamo la seguente finestra



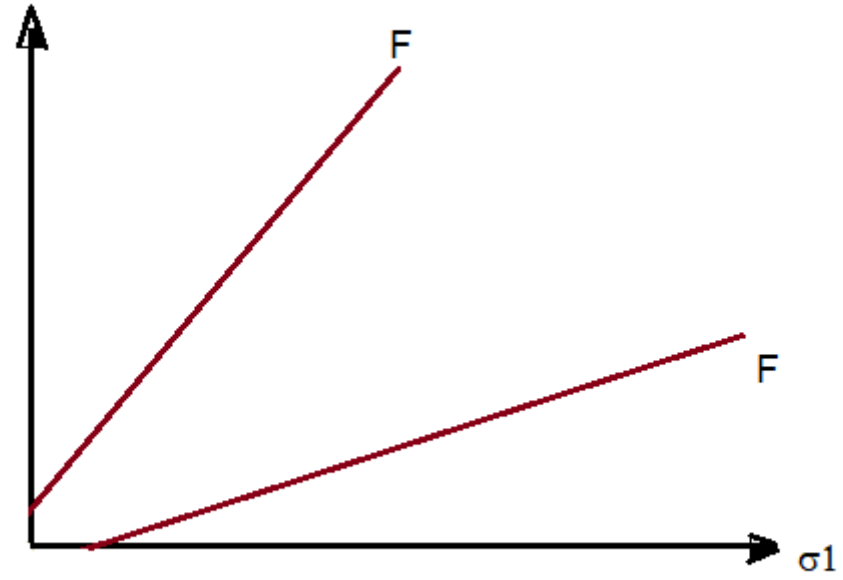
Attivando l'opzione *Trazione Limite da Modello* si consente al materiale di supportare trazioni come previsto dal modello costitutivo.
Attivando l'opzione *Trazione Limite su Invariante Pressione* e definendo il Valore Limite(positivo) si ammette che il materiale possa subire trazioni fino al valore limite. La limitazione viene applicata all'invariante pressione $p=(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)/3$
Attivando l'opzione *Trazione limite su Tensioni Principali* il limite si intende applicato alla tensione principale di trazione (σ_1). Questa condizione è più restrittiva rispetto alla condizione precedente sulla pressione *p*.
Questa impostazione assume particolare importanza nei problemi di spinta delle terre dove è preferibile impostare il limite sulle tensioni principali.

Le figure sotto riportate aiutano a comprendere la differenza tra le varie opzioni. In modo semplificativo si è fatto riferimento ad un piano delle tensioni principali bidimensionale (σ_1, σ_2) e a un limite imposto pari a 0.


F(σ)=funzione di snervamento del modello
nello spazio delle tensioni principali
σ2
F
F
σ1
Trazioni ammesse dal modello

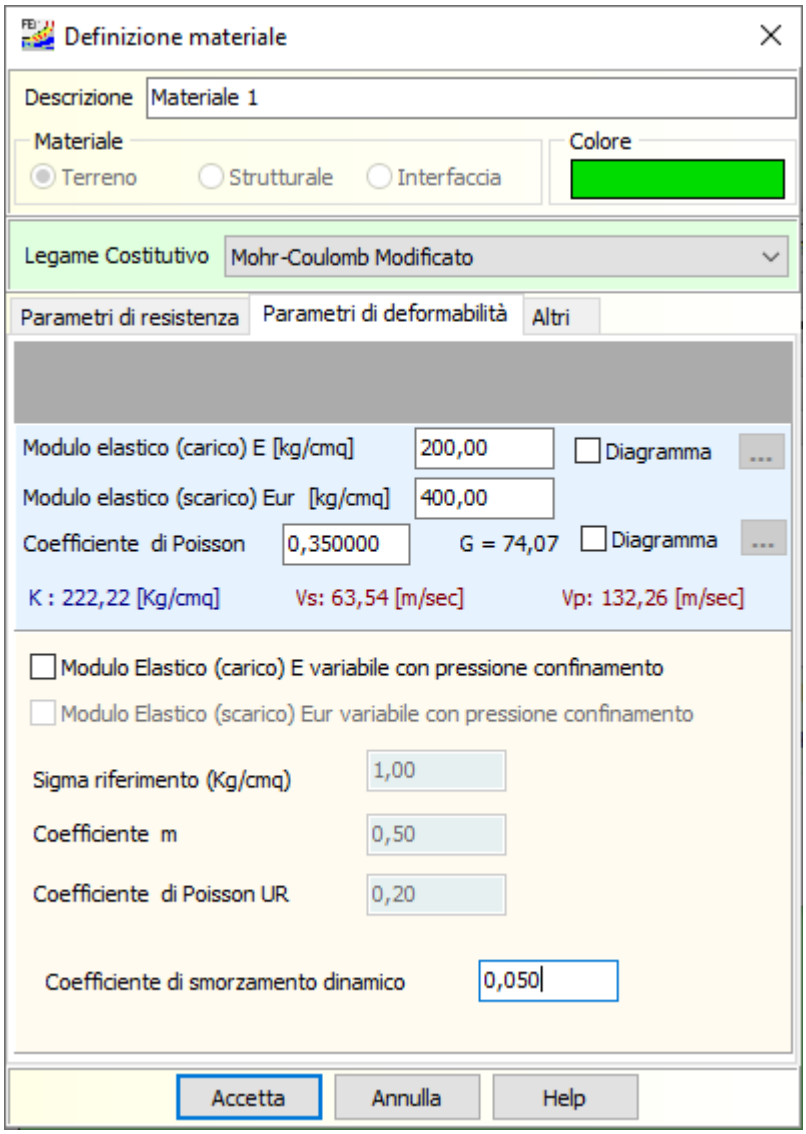

F(σ)=funzione di snervamento del modello
nello spazio delle tensioni principali
σ2
F
p
F
σ1
Limitazione delle trazioni su
invariante pressione p>=0

F(σ)=funzione di snervamento del modello nello spazio delle tensioni principali



Limitazione delle trazioni su tensioni principali
σ1>=0 σ2>=0

5.5.1.2 Parametri di Deformabilità



In questa sezione si definiscono il modulo elastico (modulo di Young) in fase di carico **E** ed il modulo elastico in fase di carico-scarico $\mathbf{E_{ur}}$ espressi in unita pressione [P1].

In generale il modulo di carico-scarico, $\mathbf{E_{ur}}$, è maggiore del modulo di carico **E** anche di alcuni fattori. In problemi di scavi o rimozione di carichi è importante adottare valori $\mathbf{E_{ur}} > \mathbf{E}$ per evitare problemi di eccessivo sollevamento del fondo scavo.

Il coefficiente di Poisson ν

Può assumere valori compresi tra 0 e 0.5. Il valore limite 0.5 è valido per materiale totalmente incompressibile. In genere i valori sono compresi tra 0.2 e 0.4.

Volendo simulare il comportamento di un mezzo incompressibile conviene inserire 0.499 per evitare problemi numerici.

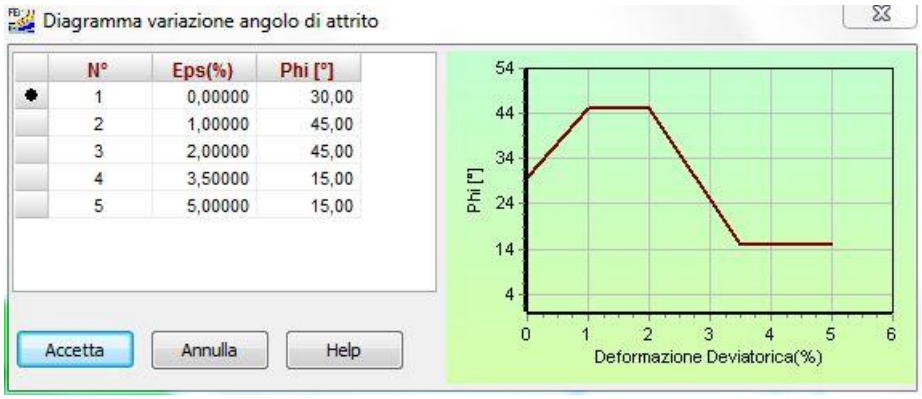
Coefficiente di smorzamento dinamico ξ

Viene utilizzato per l'analisi dinamica quando si vuole definire lo smorzamento sul

singolo materiale invece che uno smorzamento globale. Vedi Opzioni analisi dinamica

5.5.1.3 Diagramma di variazione parametro

Il diagramma di variazione può essere definito per i parametri di resistenza (angolo di attrito, coesione e dilatanza) e per i parametri di deformabilità (modulo elastico e modulo di taglio).



Dalla tabella è possibile definire uno dei parametri indicati sopra al variare della deformazione deviatorica plastica accumulata (espressa in [%]).

Durante l'analisi il valore del parametro (resistenza e/o deformabilità) cambia in funzione del valore della deformazione deviatorica plastica accumulata ε^{p}_{dev}.

L'uso più frequente è quello di definire un diagramma per i parametri di resistenza (angolo di attrito ϕ e coesione c) definendo valori iniziali, di picco e residui. Quindi tramite l'uso del diagramma è possibile definire comportamento incrudente o rammollente del terreno (hardening o softening).

Variazione delle rigidezze con la pressione di confinamento

Modulo Elastico **E**(carico) variabile con la pressione di confinamento
Modulo Elastico $\mathbf{E_{ur}}$(carico-scarico) variabile con la pressione di confinamento

Attivando queste opzioni il modulo elastico del materiale non viene mantenuto costante durante l'analisi ma varia punto per punto e durante il processo di analisi con la pressione di confinamento.

La legge di variabilità (valida sia per **E** che per $\mathbf{E_{ur}}$ con la opportuna sostituzione dei simboli) è la seguente

$$E = E_{ref}\left(\frac{\sigma_3 + c\cot\varphi}{\sigma^{ref} + c\cot\varphi}\right)^m$$

in cui

$\mathbf{E_{ref}}$ è il modulo elastico misurato in una prova triassiale con pressione di confinamento σ_{ref};

σ_3 è la tensione principale di compressione

c e ϕ sono la coesione e l'angolo di attrito del terreno

E' necessario definire negli opportuni campi di input le seguenti grandezze

Sigma di riferimento (σ_{ref}) [confinamento] espressa in unità di pressione

Esponente *m*

Modulo di Poisson di carico scarico UR (Unloading-Reloading) se si arriva la variabilità del modulo Eur.

5.5.1.4 Parametri idraulici – Comportamento in falda

Comportamento in falda

Il comportamento in falda può essere

- Drenato
- Non drenato
- Impermeabile

La definizione del comportamento è importante nel caso di analisi dello stato tensionale in presenza di liquido interstiziale (falda) e solo per le fasi impostate con *modalità di analisi non drenata o consolidazione*. Non ha alcun effetto (tranne il caso di terreno impermeabile) nelle fasi impostate con modalità di analisi drenata o nelle fasi di filtrazione. Per l'impostazione della modalità di analisi delle fasi si rimanda al capitolo **Definizione Fasi**.

Attivando il comportamento *Drenato* nel terreno in falda non si svilupperanno sovrapressioni interstiziali quando stiamo analizzando una fase con modalità analisi non drenata o consolidazione. Questa impostazione è accettabile se il terreno è a grana grossa o i processi di carico sono molto lenti.
Questa impostazione non ha alcun effetto per l'analisi di fasi di Filtrazione.

Attivando il comportamento *Non Drenato* nel terreno potranno insorgere delle sovrapressioni interstiziali quando stiamo analizzando una fase con modalità analisi non drenata o consolidazione. Questa impostazione è da preferire se il terreno è a grana fine o nel caso di processi di carico rapidi.
Questa impostazione **non ha alcun effetto** per l'analisi di fasi di Filtrazione.

Se si imposta il terreno come *Impermeabile* in esso non sarà consentita la presenza di liquido interstiziale: pertanto non saranno presenti né pressioni neutre né, naturalmente, incrementi di pressioni neutre.
Questa impostazione **ha effetto** per l'analisi di fasi di Filtrazione.

Ricordiamo che in una stessa fase possono essere presenti contemporaneamente terreni con comportamenti diversi.

<u>I coefficienti di permeabilità in direzione orizzontale (K1) e verticale (K2).</u>

I coefficienti di permeabilità nelle direzioni X(K1) ed Y(K2) condizionano il moto dell'acqua all'interno del terreno. Ricordiamo che il moto dell'acqua all'interno del terreno è governato dalla **legge di Darcy**

$$\mathbf{V} = -\mathbf{K}\,\mathbf{I}$$

V vettore delle velocità del fluido (v_x, v_y)
K matrice delle permeabilità del terreno (k_x, k_y)
I vettore gradiente idraulico (i_x, i_y)

La velocità (e quindi le portate) del fluido interstiziale è direttamente proporzionale alla permeabilità: ad una permeabilità maggiore corrisponde maggiore velocità(portata) a parità di gradiente idraulico.
La definizione delle permeabilità è necessaria sia per l'analisi dei moti di filtrazione (Fasi di Filtrazione) che per le analisi di consolidazione (interazione fluido-scheletro solido). Non interviene invece nell'analisi di stato tensionale qualora sia stata impostata la modalità drenata o la modalità non drenata.

Il coefficiente di conducibilità termica (non utilizzato in questa versione);

5.5.1.5 Riduzione parametri

E' inoltre possibile definire se il terreno può essere soggetto a riduzione dei parametri di resistenza, indicando quale parametro può essere ridotto (angolo di attrito e/o coesione). Tale opzione ha effetto solo nelle fasi di tipo *riduzione parametri(6.7.5)*.

5.5.2 Materiale strutturale

I dati che è necessario definire nei materiali di tipo **strutturale** sono:
Il peso specifico (o di volume), espresso in [F1/L1^3];
I moduli elastici a carico e scarico, espressi in [P1];
Il coefficiente di Poisson.

5.5.3 Materiale interfaccia

Una interfaccia è descritta tramite un segmento ed un materiale. Essa rappresenta uno strumento per consentire eventuali distacchi tra le parti disposte a sinistra e a destra dell'interfaccia. In pratica una interfaccia è modellata tramite una serie di molle di cui occorre definire resistenza e rigidezza. Per i dettagli della definizione dell'interfaccia si rimanda al relativo paragrafo. Il materiale interfaccia segue la legge di Mohr-Coulomb

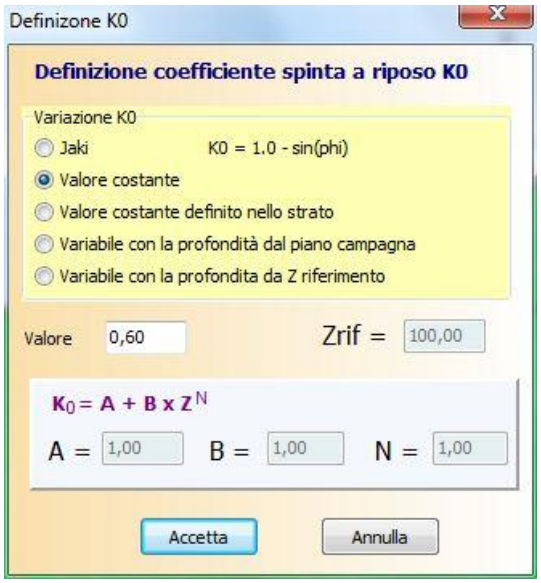
$$\tau = c+\sigma \, tan(\phi)$$

Ed è soggetto a limitazioni sul valore delle trazione e compressione che può sopportare.
Pertanto, viene caratterizzato mediante i seguenti parametri di resistenza e deformabilità

angolo di attrito, ϕ, espresso in [°];
la coesione, c, espressa in unità di pressione [P1];
la trazione e compressione limite, espresse in unità di pressione [P1];
le rigidezze normali K_n e tangenziali K_t, espresse in unità forza su unità lunghezza [F1/L2].
Durante il processo di analisi se la trazione nell'interfaccia supera il valore di resistenza a trazione impostato si ha distacco tra i lembi di materiale a ridosso dell'interfaccia.
L'uso più comune delle interfacce riguarda la modellazione dell'interazione tra terreno e materiali strutturali. Ad esempio, nel caso di terreno spingente contro una parete in calcestruzzo armato l'inserimento di una linea di interfaccia tra terreno e parete consente (realisticamente) il distacco tra i due materiali.

5.6 *Definizione coefficiente di spinta a riposo (K_0)*

E' possibile accedere alla finestra **Definizione K0** dal **menu Dati**.



Il coefficiente di spinta a riposo **K_0** può essere utilizzato per determinare lo stato tensionale iniziale. Viene utilizzato nella definizione della fase **Stato Iniziale** in alternativa ad altre metodologie (vedi capitolo **Gestione Fasi**).
Quando si attiva l'opzione di calcolo dello stato tensionale iniziale con **K_0** il programma determina le tensioni orizzontali mediante la relazione

$$\sigma_x = \sigma_z = K_0 \sigma_y$$

Dove σ_y è la tensione verticale geostatica nel punto considerato.

Nella finestra è possibile scegliere il criterio per il calcolo del coefficiente di spinta a riposo **K_0**. I metodi che è possibile scegliere sono
:

- Jaki (**K_0** = 1 – sin ϕ); è l'espressione più utilizzata in letteratura e consente di determinare il coefficiente **K_0** in funzione dell'angolo di attrito del terreno, ϕ;

selezionando questa opzione i punti con lo stesso materiale (stesso ϕ) avranno valore uguale di $\mathbf{K_0}$.

- Valore costante; si assume per $\mathbf{K_0}$ lo stesso valore per tutto il dominio analizzato indipendentemente dal tipo di terreno;
- Valore costante definito nello strato (cap. 7.3.1); In tal caso il valore di K0 viene definito in ogni singolo strato ed attribuito a tutti gli elementi che ricadono nello strato;
- Variabile con la profondità dal piano campagna (legge binomia);
- Variabile con la profondità da z riferimento (legge binomia).

La legge di variabilità è espressa dalla relazione

$$K_0 = A + B \times Z^N$$

A rappresenta il valore di $\mathbf{K_0}$ per Z=0 (oppure $Z=Z_{rif}$)
B rappresenta il coefficiente angolare se n=1
Z profondità rispetto al piano campagna o rispetto alla quota Z_{rif}
N definisce la forma della legge (n=1 lineare; n=2 quadratica; n=0.5 radice quadratica)

Il valore di $\mathbf{K_0}$ definisce il valore della pressione di confinamento. A valori più alti di $\mathbf{K_0}$ corrispondono valori più elevati della pressione di confinamento. In un problema di cedimenti (verticali) questa condizione corrisponde a contenere i valori del cedimento. In un problema di spinta delle terre un valore di $\mathbf{K_0}$ più elevato corrisponde a spinte maggiori sull'opera di sostegno.

5.7 Unità di misura

AZTEC FEM GT, consente all'Utente di impostare le unità di misura di lavoro. Alla finestra in figura si accede attraverso il comando del menu dati **Unità di misura**.

In particolare, sono messe a disposizione dell'Utente le seguenti unità:

- L1, prima unità di misura per le lunghezze; il valore di default è metri;
- L2, seconda unità di misura per le lunghezze; il valore di default è centimetri;
- L3, terza unità di misura per le lunghezze; il valore di default è millimetri;
- F1, prima unità di misura per le forze; il valore di default è Kg;
- F2, seconda unità di misura per le forze; il valore di default è tonnellate;
- P1, prima unità di misura per le pressioni; il valore di default è Kg/cmq;
- P2, seconda unità di misura per le pressioni; il valore di default è Kg/mq;
- A, unità di misura per gli angoli; il valore di default è gradi.

Grandezze derivate:

- Momento, F1 L1;
- Peso dell'unità di volume, F1/L1^3;
- Area, L2^2.

Le unità di misura possono essere modificate in qualsiasi momento (non è necessario fissarle ad inizio lavoro). Il programma provvederà in automatico alla conversioni dei dati già inseriti.

6 Definizione Fasi

6.1 Introduzione

Aztec FEM è gestito per fasi

La fase rappresenta un “contenitore” in cui sono presenti i vari *oggetti* che definiscono il problema. In ogni fase troviamo sempre superfici che delimitano strati ognuno caratterizzato da un determinato materiale (proprietà dello strato).

Gli oggetti che possono essere presenti in ogni fase sono:

- superfici (che definiscono strati)
- inclusioni (sono strati definiti direttamente come un poligono chiuso e non ottenuti da intersezione superfici)
- scavi
- vincoli di linea o vincoli concentrati
- elementi strutturali quali travi, paratie, tiranti scatolari, etc.
- linee di interfaccia
- carichi di volume, di linea o concentrati
- espansioni volumetriche
- falda
- linee di potenziale idraulico
- linee di carico idraulico (portate idrauliche)

Per ogni fase è possibile inserire, cancellare o modificare ognuno di questi oggetti.

È possibile inoltre aggiungere una nuova fase o eliminarne una precedentemente definita.

Il tutto viene fatto nella finestra di Input Grafico.

Ad esempio, a partire da una prima fase caratterizzata da un piano campagna (superficie 1) posso inserire una nuova fase in cui si viene inserito un rilevato (una superficie che a partire dal piano campagna si sviluppa al di sopra della superficie originaria). L’inserimento di tale oggetto modifica lo stato tenso-deformativo esistente

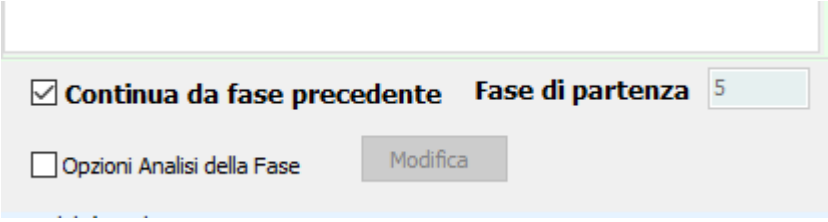
che pertanto va determinato mediante l'analisi. Il nuovo stato (deformazioni e tensioni) dipende dallo stato della fase precedente (tranne per la fase iniziale).
Le fasi quindi definiscono una sequenza temporale di eventi anche se il parametro tempo non viene esplicitamente messo in conto.
Ogni modifica, inserimento o cancellazione di un oggetto rispetto alla fase precedente introduce una variazione dello stato di equilibrio preesistente che dovrà essere analizzata.

Per definire la fase in modo compiuto dobbiamo assegnare un tipo di analisi ed altre informazioni.
Descriveremo in questo capitolo come caratterizzare la fase.

È possibile accedere alla finestra **Definizione fase**, cliccando sui pulsanti *Dettagli* dell'**Elenco fasi**.
Oppure dalla finestra **Input Grafico** mediante il pulsante *Info Fase*

6.2 *Sequenza Fasi – Modifica della sequenza*

Le fasi sono di default consecutive tra di loro. Lo stato iniziale per la generica fase coincide con lo stato finale della fase precedente. In alcuni casi è necessario modificare la sequenza predefinita. Nella finestra modifica fase è presente il check



Continua da Fase Precedente

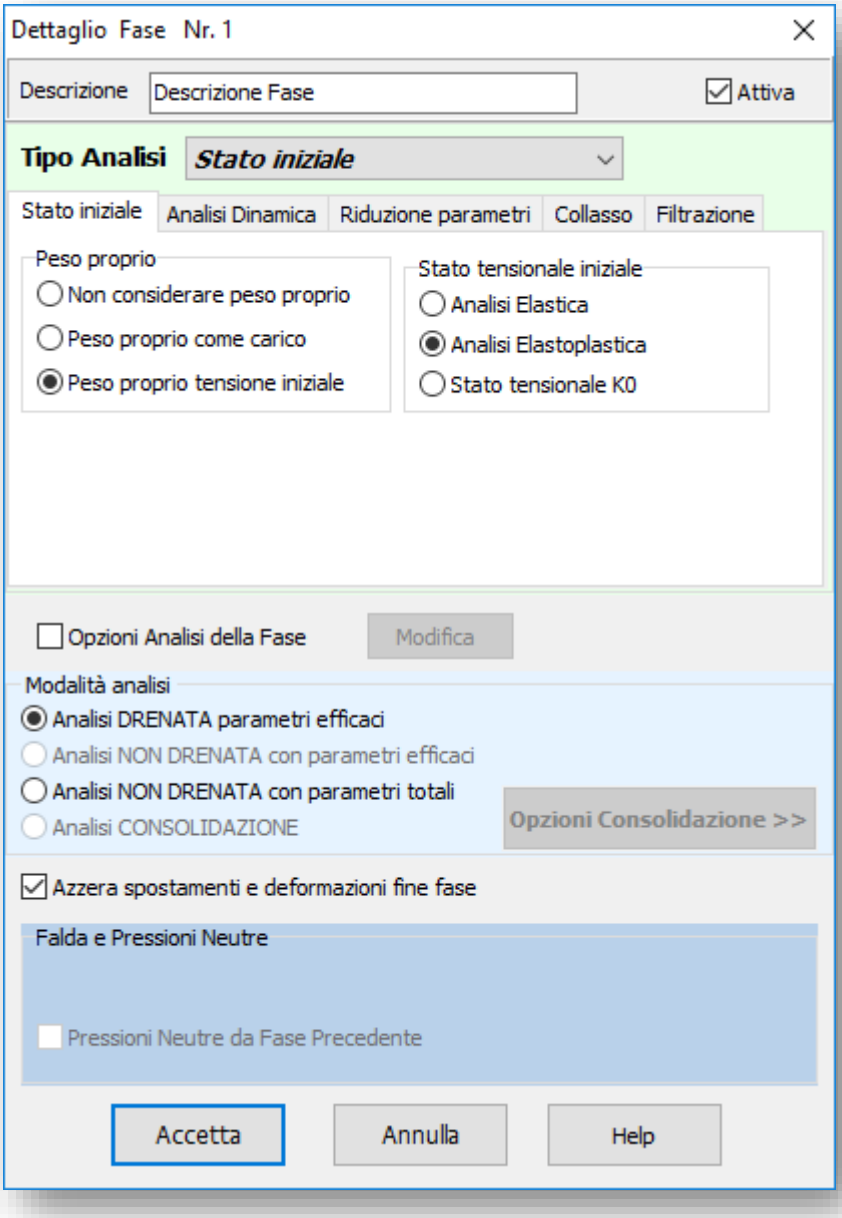
che è attivo per default

Quando si vuole alterare la sequenza standard delle fasi occorre disattivare il check '***Continua da fase precedente***' ed inserire nel campo

'***Fase di partenza***' l'indice della fase che precede la fase corrente.

Se ad esempio a partire dalla Fase Iniziale (fase 1) voglio analizzare gli effetti di due carichi differenti (come intensità e/o posizione) definisco la fase 2 con un carico e la fase 3 con il carico variato. Sia la fase 2 che la 3 avranno come fase di partenza la fase 1. Per la fase 2 non è necessario specificarlo in quanto per default essa prosegue dalla fase 1. Per la fase 3 occorre invece specificare come fase di partenza la fase 1. La soluzione della fase 3 non dipende naturalmente dalla soluzione della fase 2. Esse risultano essere completamente slegate tra di loro.

6.3 *Caratterizzazione della fase*



I dati da inserire dipendono dal **Tipo di Analisi** della fase.

I dati comuni sono riportati di seguito:

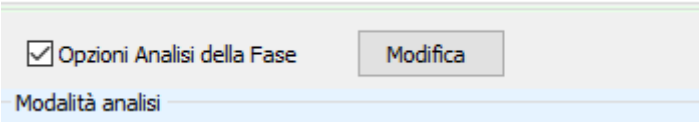
- **Descrizione** della fase;
- **Stato**, a scelta tra attiva/disattiva, consente di attivare/disattivare il calcolo della fase; In tal modo è possibile escludere la fase dal calcolo senza cancellarla in modo definitivo.

La *caratterizzazione della fase* è fatta mediante la selezione del **Tipo Analisi**.
La grandezza **Tipo Analisi** può assumere uno dei seguenti valori

- Stato iniziale
- Equilibrio
- Dinamica
- Collasso
- Riduzione parametri
- Filtrazione

In funzione del **Tipo Analisi** selezionato per la fase, la finestra di input si modifica in modo opportuno.
Descriveremo dettagliatamente nel seguito di questo capitolo le varie impostazioni.

Opzioni analisi della fase

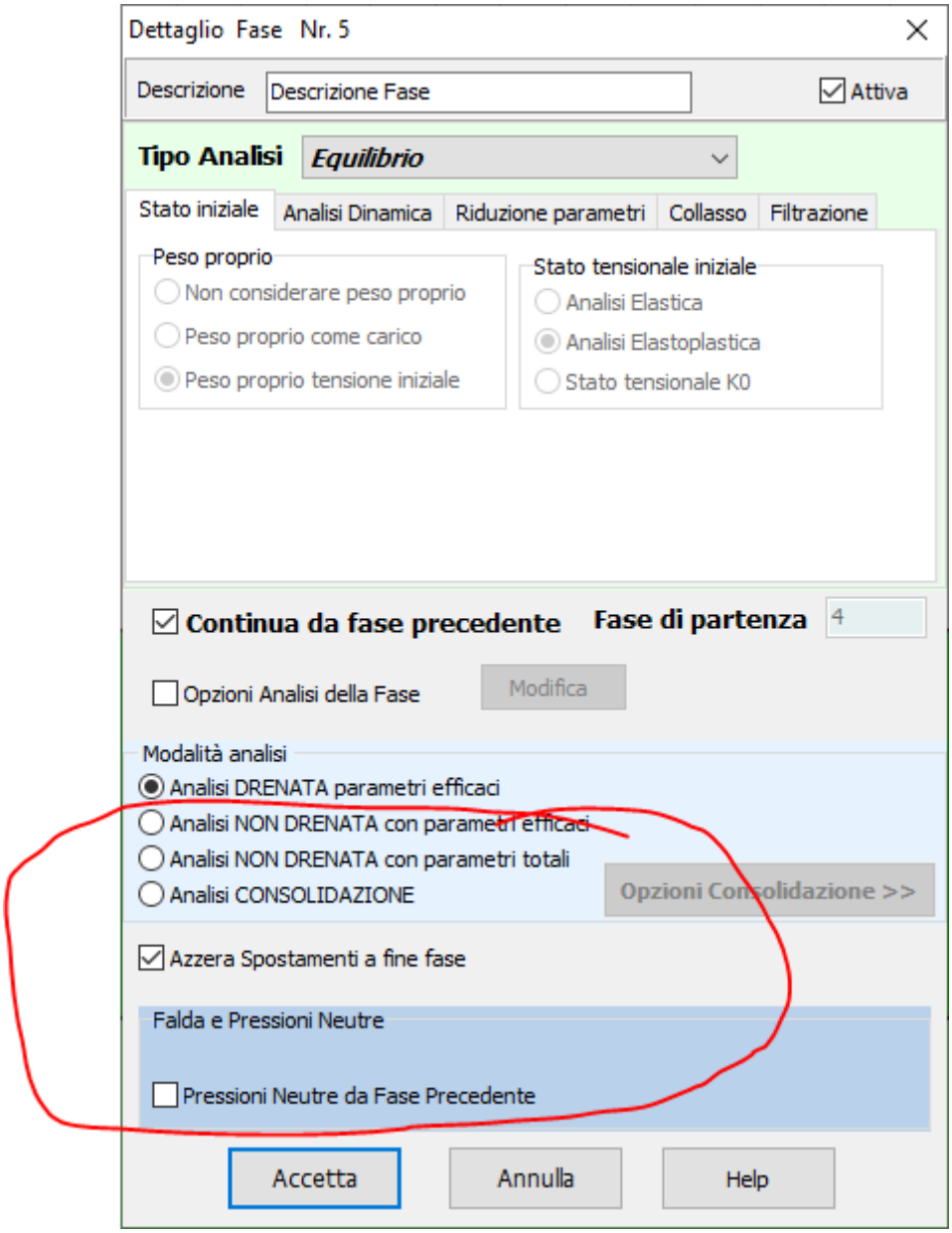


Attivando questa opzione è possibile comunicare al software che la fase corrente fa uso di *Opzioni di Analisi* specifiche diverse dalle *Opzioni Analisi* generali definite nel *Menu Analisi*.
Ad esempio, volendo utilizzare delle tolleranze diverse per la soluzione in una determinata fase attivo l'opzione e tramite il pulsante **[Modifica]** imposto le tolleranze desiderate. Questa opzione risulta molto comoda quando dobbiamo eseguire il calcolo di una sequenza di fasi con *Tipo Analisi* differenti che possono richiedere diverse tolleranze sulla soluzione. Ad esempio, in una fase per Riduzione Parametri posso impostare una tolleranza meno stringente (più alta) rispetto ad una fase di Equilibrio o una fase di Filtrazione.

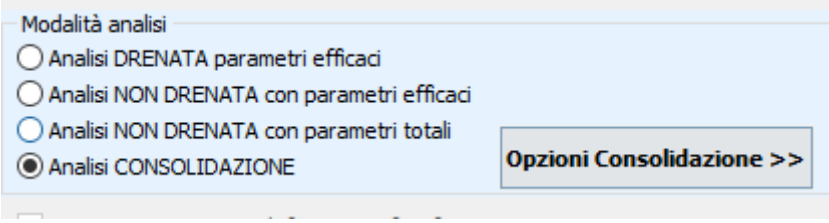
6.4 *Azzera Spostamenti Fine Fase*

In alcuni casi può essere utile azzerare gli spostamenti a fine fase e mantenere solo lo stato tensionale e le deformazioni.

E' possibile utilizzare l'apposito check nella finestra di definizione della fase. Per la fase definita come 'Stato Iniziale' il check "*Azzera spostamenti e deformazioni a fine fase*" è attivato per default. Nella Stato Iniziale vengono azzerati sia gli spostamenti che le deformazioni e viene mantenuto solo lo stato tensionale.



6.5 *Modalità di Analisi*



In questa sezione si imposta la modalità di analisi con cui viene gestita la variazione delle pressioni neutre eventualmente presenti. *Questa sezione non è attiva* nel caso in cui la fase è impostata come *Fase di Filtrazione*. Infatti, nella fase di filtrazione viene analizzato solo il flusso del fluido *non considerando* interazione con il terreno.

6.5.1 Analisi DRENATA con parametri efficaci

Impostando questa modalità si ipotizza che le pressioni neutre non vengono influenzate da modifiche dei carichi. Pertanto, non abbiamo insorgere di sovrapressioni neutre. La pressione neutra esistente rimane inalterata e la variazione di carico incide solo sulle tensioni efficaci dello scheletro solido dei materiali. *Questo vale a prescindere da come è stato definito il comportamento del Materiale (Drenato o Non Drenato).* La soluzione ottenuta con l'analisi drenata può essere vista come soluzione a breve ed a lungo termine per i materiali a grana grossa(comportamento drenato) e come soluzione a lungo termine per i materiali a grana fine (dopo la dissipazione delle sovrapressioni neutre).

6.5.2 Analisi NON DRENATA con parametri efficaci

Contrariamente alla modalità drenata, quando attiviamo *Analisi NON DRENATA* le variazioni di carico determinano sia variazioni di tensioni efficaci nello scheletro solido dei materiali che variazioni di pressioni neutre nel fluido interstiziale (insorgono sovrapressioni neutre). *L'insorgere delle sovrapressioni neutre interessa solo i materiali definiti con comportamento "Non Drenato" (finestra Definizione Materiale).* Nei materiali definiti con comportamento 'Drenato' o 'Impermeabile' avremo soltanto

incremento di tensioni efficaci nello scheletro solido mentre la pressione neutra rimane inalterata (nulla nei materiali impermeabili). La soluzione ottenuta con l'analisi non drenata deve essere vista per i materiali con comportamento non drenato (generalmente i terreni a grana fine) come una soluzione a breve termine (no dissipazione delle sovrapressioni neutre).

6.5.3 Analisi NON DRENATA con parametri totali

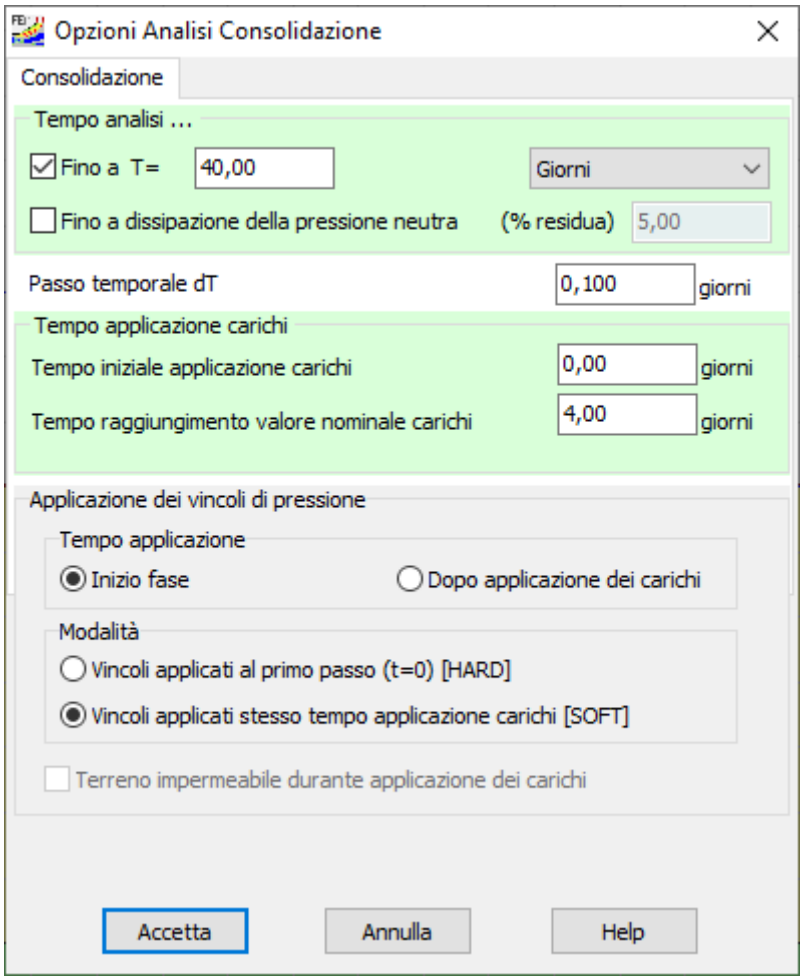
Rappresenta un tipo di analisi semplificata rispetto al caso precedente. I parametri di resistenza utilizzati in questo tipo di analisi sono i parametri non drenati definiti nel materiale ϕ_u e c_u. La variazione di carico induce un incremento di tensioni 'totali' che soddisfa l'equilibrio con i carichi applicati. Però non è possibile distinguere in questo incremento di tensioni totali l'aliquota di incremento di pressione neutra e l'aliquota di incremento tensioni efficaci nei materiali.
L'utilizzo di questa modalità, in genere, si accompagna all' uso di criteri di rottura dei materiali più semplici (Tresca o von Mises) rispetto ai criteri utilizzati per le analisi con tensioni efficaci.

6.5.4 Analisi di CONSOLIDAZIONE

Rappresenta il tipo di analisi più completa e sofisticata. Si tratta di un tipo di analisi temporale in cui vengono considerate contemporaneamente variazione di pressioni efficaci e variazione di pressione neutra al variare del tempo. All'incremento di carico applicato corrisponde sia un incremento di tensioni efficaci che un incremento di pressioni neutre nel fluido interstiziale. La ripartizione del carico tra le due fasi (fase solida e fase liquida) dipende sia dalle caratteristiche meccaniche dei materiali (compressibilità) che dalle caratteristiche più propriamente idrauliche (permeabilità) oltre che dalle condizioni di vincolo idraulico e dalla velocità di applicazione dei carichi. Terminata la fase di applicazione dei carichi, comincia il processo di consolidazione vero e proprio durante il quale l'eccesso di pressione neutra viene trasferito come incremento di tensioni efficaci nello scheletro solido del terreno. Il processo continua fino all'esaurimento delle sovrapressioni neutre. A tempo infinito troviamo che

l'incremento di carico si è trasferito integralmente allo scheletro solido come incremento di tensione efficace.

L'analisi di consolidazione necessita di informazioni aggiuntive rispetto alle modalità di analisi descritte precedentemente. Innanzitutto dobbiamo inserire (finestra Input Grafico) eventuali vincoli di pressione (o potenziale idraulico) che consentano la dissipazione delle sovrapressioni (flusso verso l'esterno del dominio analizzato).
Inoltre tramite il pulsante [Opzioni Consolidazione] è possibile inserire informazioni necessarie al software per impostare e gestire il processo di consolidazione.



In questa finestra bisogna definire le seguenti grandezze

Unità di misura dei tempi		[secondi, ore, giorni]

Tempo di analisi		Rappresenta la durata temporale che vogliamo analizzare espressa nell'unità di tempo selezionata
Fino a dissipazione della sovrapressione neutra		Attivando questa opzione il processo di calcolo terminerà quando il rapporto tra incremento di pressione neutra residuo ed incremento massimo si riduce al valore indicato nel campo (espresso in percentuale)
Passo Temporale dT		Rappresenta il passo temporale utilizzato durante il processo di consolidazione (espresso nell'unità di misura selezionata)
Tempo iniziale applicazione carichi (T_0)		I carichi della fase verranno applicati a partire dal tempo indicato in questo campo di input.
Tempo raggiungimento valore nominale carichi (T_1)		Rappresenta il tempo in cui i carichi applicati raggiungono il loro valore nominale. In pratica i carichi vengono applicati ad incrementi uguali a partire dal tempo T_0 fino al tempo T_1.
Applicazione dei vincoli di pressione **Tempo di applicazione**		Eventuali vincoli di pressione (definiti nell'Input Grafico) possono essere applicati o ad *Inizio Fase* oppure *Dopo l'applicazione dei carichi* (tempo T1). Nel secondo caso significa che il carico viene inserito in modalità non drenata (non è consentito flusso del fluido interstiziale verso l'esterno del dominio analizzato)
Applicazione dei vincoli di pressione **Modalità**		Nel caso in cui i vincoli vengono inseriti ad *Inizio Fase* è possibile selezionale la modalità di applicazione Vincoli applicati al primo passo (t=0) (vincoli hard)

		Vincoli applicati in modo graduale con lo stesso tempo di applicazione dei carichi (vincoli soft)

La scelta della unità di misura per i tempi in questa finestra è indipendente dalla unità di misura utilizzata per la permeabilità. Il programma provvede in automatico alla conversione.
La scelta del passo temporale rappresenta un problema non trascurabile. Esso dipende da deformabilità e permeabilità dei terreni interessati oltre che dalle dimensioni degli elementi utilizzati. In ogni caso **Aztec FEM** durante l'analisi tenta di aggiustare il passo qualora si presentino problemi di convergenza.

6.6 Pressioni Neutre da Fase Precedente

Quando questa opzione è attivata le pressioni neutre non vengono calcolate con il livello di falda definito nella fase ma vengono riportate dalla fase precedente. Il caso più usuale è quello di una Fase di Equilibrio o Riduzione Parametri preceduta da una Fase di Filtrazione (Steady-State o Transient). In tal modo è possibile calcolare in modo più realistico le pressioni neutre da utilizzare poi nel calcolo dello stato tensionale.
Anche nel caso di falda presente nello Stato Iniziale è opportuno fare precedere a tale fase una fase filtrazione per la determinazione delle pressioni neutre.

ATTENZIONE. Se da una fase all'altra impostiamo manualmente il livello di falda questa opzione deve essere disattivata altrimenti le pressioni neutre non saranno calcolate con il nuovo livello di falda ma resteranno quelle calcolate nella fase precedente.

6.7 Tipo Analisi

La grandezza **Tipo Analisi** può assumere uno dei seguenti valori

- Stato iniziale
- Equilibrio
- Dinamica
- Collasso
- Riduzione parametri
- Filtrazione

In funzione del **Tipo Analisi** selezionato per la fase, la finestra di input si modifica in modo opportuno.

Descriveremo di seguito i dati da inserire in funzione del Tipo Analisi selezionato.

6.7.1 Stato Iniziale

Stato tensionale iniziale

Imposta la modalità di calcolo dello stato tensionale iniziale a scelta tra

a) *Analisi elastica*. Il peso proprio dei materiali viene assunto come peso. Il calcolo viene eseguito considerando tutti i materiali della fase con comportamento elastico ed applicando il carico (equivalente al peso proprio) in un unico passo. Alla fine del calcolo elastico possono essere presenti stati tensionali non compatibili con i criteri di rottura. Lo squilibrio verrà pertanto riportato, ed eventualmente riequilibrato, nella fase successiva.

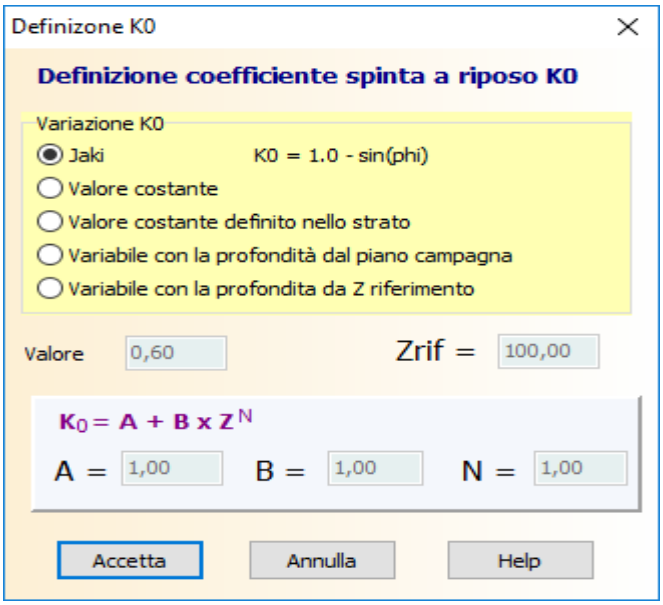
b) *Analisi elastoplastica(default)*. Il peso proprio dei materiali viene assunto come peso. Il calcolo viene condotto in modo incrementale-iterativo secondo il metodo di Newton-Raphson modificato ed il carico viene applicato in modo incrementale. Per ogni incremento di carico, stati tensionali non compatibili con i criteri di rottura dei materiali vengono gestiti con le consuete tecniche di *rientro*

elastoplastico. Alla fine dell'analisi risultano soddisfatti sia l'equilibrio che i criteri di rottura dei materiali.

c) *Stato tensionale K_0*. In questo tipo di analisi la tensione verticale σ_y in qualsiasi punto è calcolata come pressione geostatica $\sigma_y = \gamma * h$ dove γ è il peso di volume del terreno soprastante e h è la profondità del generico punto rispetto al piano campagna. Le tensioni orizzontali σ_x e σ_z sono calcolate in funzione della tensione verticale σ_y con la relazione

$$\sigma_x = \sigma_z = K_0\ \sigma_y$$

dove K_0 rappresenta il coefficiente di spinta a riposo. Il coefficiente di spinta a riposo, K_0, viene determinato secondo le impostazioni definite nella voce *Definizione K0* del menu ***DATI***.



Una volta calcolate le tensioni σ_x σ_y σ_z come descritto è necessario verificare l'equilibrio tra lo stato tensionale così determinato (o meglio, il carico equivalente allo stato tensionale) ed i carichi applicati (peso proprio). Eventuali squilibri vengono recuperati mediante una analisi elastoplastica al passo. Alla fine dell'analisi devono risultare soddisfatti sia l'equilibrio che i criteri di rottura dei materiali.

Come abbiamo detto quando la fase è impostata come ***Stato Iniziale*** l'analisi condotta è finalizzata a stabilire lo stato tensionale iniziale da utilizzare nelle fasi successive. Pertanto, vengono azzerati sia gli spostamenti che le deformazioni.

Le modalità di analisi possibili in una fase impostata come ***Stato Iniziale*** sono:

- Analisi Drenata con parametri efficaci
- Analisi Non Drenata con parametri totali

6.7.2 Equilibrio

Qualsiasi fase di calcolo in cui non vengono alterati i carichi applicati(come nella fase di collasso) e i parametri di resistenza dei terreni (come nella Fase di Riduzione Parametri) viene caratterizzata come *Fase di Equilibrio*. In pratica una fase di equilibrio è una fase in cui il calcolo viene condotto (*in condizioni statiche*) fino al valore nominali dei carichi (**Moltiplicatore carichi uguale a 1**) senza modificare i parametri di resistenza del terreno e, naturalmente, ***rispettando il criterio di rottura dei materiali***.
I carichi di una fase non sono soltanto quelli inseriti come 'oggetti carichi' ma qualsiasi perturbazione apportata all'equilibrio del sistema nella fase precedente.
L'inserimento di uno scavo si traduce in un carico verso l'alto (rimozione del peso del terreno rimosso con lo scavo).
La costruzione di un rilevato si traduce in un carico verso il basso (vengono introdotti degli elementi dotati di peso).
Anche la variazione del livello di falda si traduce in una variazione di carichi (gli elementi al di sotto della falda assumeranno peso di volume γ_{sat} invece del peso di volume naturale, γ)
Il caso precedente è simile al caso della variazione del peso di volume del terreno in uno o più strati, operazione che può essere realizzata assegnando allo strato due materiali differenti da una fase all'altra.
Un caso particolare è rappresentato dalla <u>*diminuzione*</u> dei parametri di resistenza di un terreno, operazione che può essere realizzata assegnando allo strato due materiali differenti da una fase all'altra. Se la variazione dei parametri è tale da fare cambiare lo stato del materiale in qualche punto da elastico a plastico si crea uno squilibrio tra carichi applicati e risultante delle tensioni che corrisponde ad una variazione di carico per il sistema.
Anche la variazione di alcune condizioni di vincolo (rimozione di un vincolo, variazione della rigidezza di un vincolo) viene tradotto in un carico.

La fase di Equilibrio può essere condotta con qualsiasi Modalità di Analisi

- Analisi Drenata
- Analisi Non Drenata con Parametri efficaci

- Analisi Non Drenata con Parametri totali
- Analisi di Consolidazione

Per default la modalità di analisi è impostata a *Analisi Drenata con Parametri efficaci*.

6.7.3 Collasso

Nella fase caratterizzata come "***Collasso***" i carichi applicati *vengono incrementati* fino a quando, rispettando i legami costitutivi dei terreni e le condizioni di vincolo e di congruenza, non è più possibile raggiungere le condizioni di equilibrio del sistema. Il valore più alto del moltiplicatore dei carichi prima della perdita dell'equilibrio può essere assunto come moltiplicatore di collasso del problema analizzato. Affinché una fase possa essere caratterizzata come fase di collasso è *necessario che ci sia una variazione* di carichi rispetto alla fase precedente. Nel il paragrafo dedicato alla 'Fase di Equilibrio' abbiamo chiarito il concetto di carico (non sono solo i carichi espliciti).
Quando una fase viene impostata come fase di **Collasso** è possibile impostare il moltiplicatore massimo dei carichi raggiunto il quale il programma non procede oltre con l'analisi (riteniamo poco significativi valori superiori al valore impostato). Al termine dell'analisi viene restituito il **Moltiplicatore Ultimo** dei carichi.

Ricordiamo che il moltiplicatore dei carichi viene applicato alla differenza dei carichi rispetto alla fase precedente e non a tutti i carichi inseriti.

Ad esempio, se nella fase precedente era impostato un carico $\mathbf{Q_0}$ e nella fase di collasso il carico è stato modificato fino al valore $\mathbf{Q_1}$ il moltiplicatore verrà applicato alla differenza di carico $\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q_1}-\mathbf{Q_0}$.

Normalmente il Moltiplicatore Ultimo è un valore maggiore di 1; è anche possibile impostare un valore inferiore all'unità quando vogliamo inserire solo un'aliquota dei carichi applicati, $\lambda\Delta\mathbf{Q}$. In questo caso la restante parte del carico $\mathbf{(1-\lambda)\Delta Q}$ verrà applicata nella fase successiva. Questa possibilità è utile soprattutto nel caso di carichi non esplicitamente definiti nel programma (pensiamo ad esempio ad uno scavo dove il carico viene determinato dal programma ma l'Utente non ne conosce a priore l'esatta entità). Nello scavo di un tunnel sotterraneo esistono metodi di analisi che presuppongono che solo una aliquota, $\mathbf{(1-\beta)}$, del carico agisca sul rivestimento mentre la restante parte**,** β, si scarichi prima dell'applicazione del rivestimento. In questo caso l'uso di un Moltiplicatore Limite inferiore all'unità risulta utile.

Occorre prestare attenzione all'uso di un Moltiplicatore Limite inferiore all'unità. Se la fase di Collasso non è seguita da un'altra fase, l'aliquota di carico **(1-λ)** non viene inserita nel calcolo.

La Fase di Collasso può essere analizzata con una qualsiasi delle modalità sopra descritte

- Analisi Drenata
- Analisi Non Drenata con Parametri efficaci
- Analisi Non Drenata con Parametri totali
- Analisi di Consolidazione

6.7.4 Dinamica

Se il Tipo Analisi è **Dinamica** è possibile settare:

il tipo di **carico dinamico** da utilizzare. La scelta può essere fatta tra i carichi della fase, se sono presenti carichi di tipo dinamico (cap. 8.6) o uno degli accelerogrammi caricati (cap. 10.3).

Se il tipo di carico dinamico è di tipo accelerogramma si può scegliere la componente di sisma da adottare (X e/o Y).

Sempre nel caso di carico accelerogramma è disponibile l'opzione

☐ **Applica accelerazione solo agli strati definiti sismici**

Quando attiviamo questa opzione l'accelerazione non viene applicata a tutti i nodi del dominio ma solo ai nodi appartenenti agli strati in cui abbiamo attivato l'opzione

Partecipa Forze Sismiche' (vedi Assegna materiale strato (Definizione strato)).

Nelle analisi dinamiche con accelerogrammi applicati il sistema risolvente è definito come

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -Ma_g$$

essendo

M matrice delle masse

C matrice di smorzamento(damping)

K matrice di rigidezza

$\ddot{u}, \dot{u}, u$ vettore accelerazioni, velocità e spostamenti

a_g accelerazione applicata (accelerogramma)

Il termine $\boldsymbol{F=M\ a_g}$ rappresenta la forzante e coinvolge tutti i nodi del sistema. Se, invece, per qualche strato disattiviamo l'opzione '*Partecipa forze sismiche*' azzeriamo

la forzante in corrispondenza dei nodi dello strato. Lo strato per cui abbiamo disattivato l'opzione contribuirà comunque alle matrici ***M***, ***C***, ***K*** e verrà escluso solo nella definizione della forzante ***F***.
Questa opzione può essere utilizzata per analisi dinamiche semplificate (simulazioni di statiche equivalenti) o come strumento per gestire le condizioni al contorno senza ricorrere ai vincoli dissipativi.

Il **tempo di utilizzo**, espresso in secondi, definibile solo in caso di accelerogramma, serve a definire la porzione di accelerogramma da usare nella simulazione. Il tempo di utilizzo deve essere comunque inferiore o uguale alla durata dell'accelerogramma caricato.

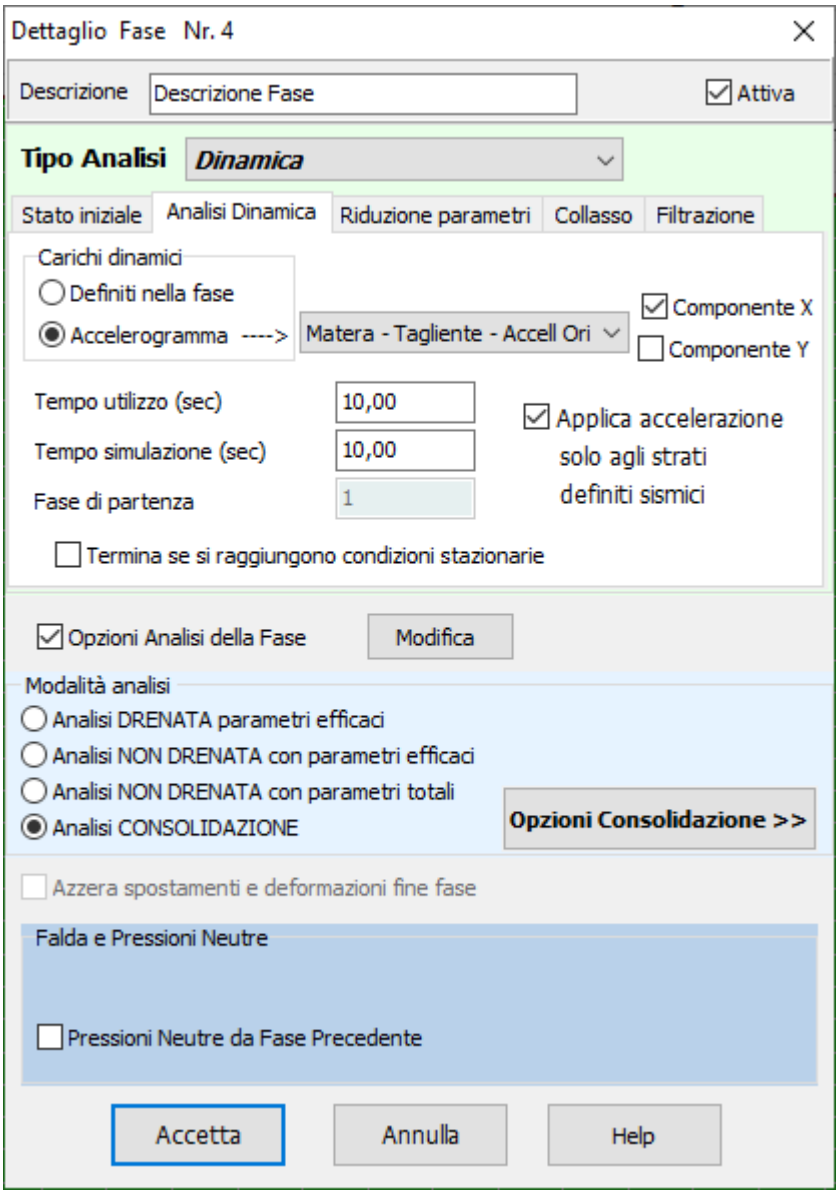
Il **tempo di simulazione**, espresso in secondi, è la durata della simulazione. Il tempo di simulazione deve essere comunque superiore al tempo di utilizzo (nel caso di accelerogramma).

Termina se si raggiungono condizioni stazionarie. Attivando questa opzione si comunica al solutore di completare l'analisi quando si raggiunge una condizione stazionaria (effetto dinamico è diventato trascurabile).

Modalità di analisi consentite

- Analisi Drenata
- Analisi Non Drenata con Parametri efficaci
- Analisi Non Drenata con Parametri totali
- Analisi di Consolidazione

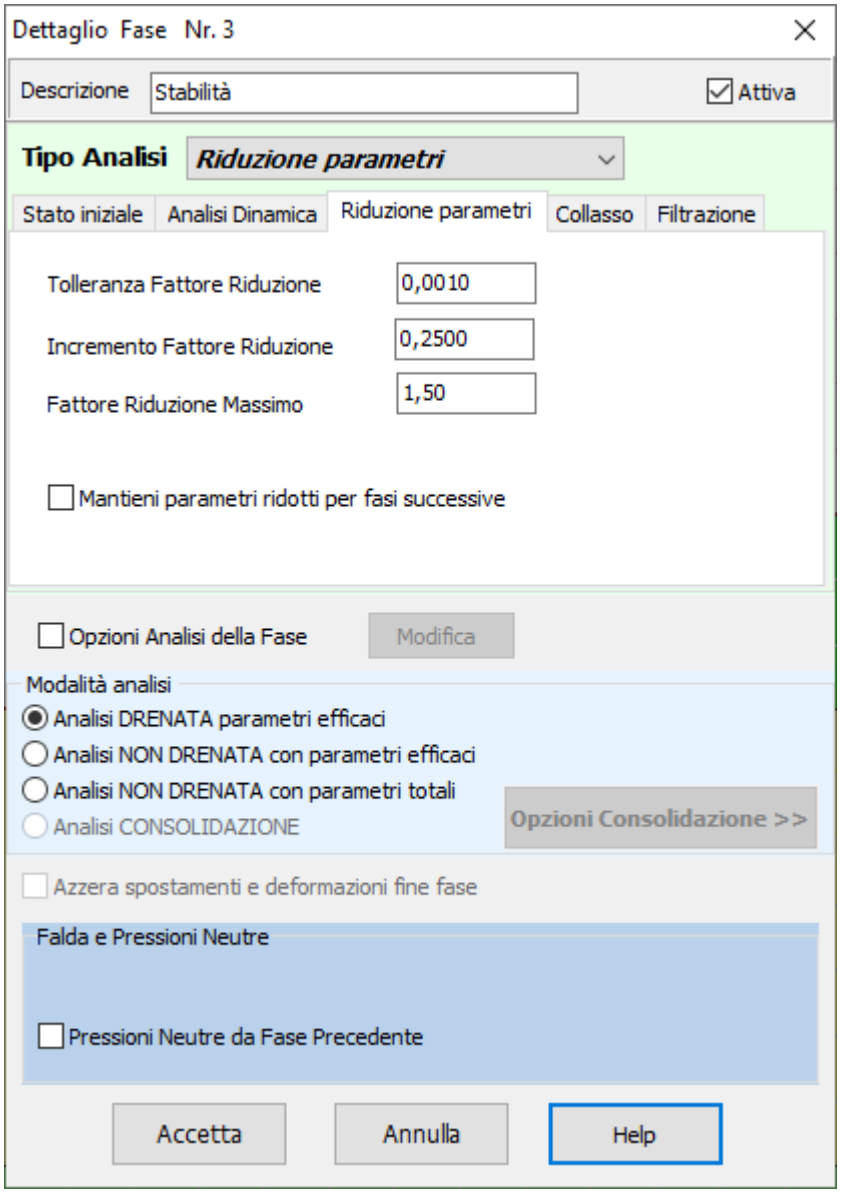
Nelle *Opzioni Analisi Dinamica* del menù **Analisi** deve essere impostato sia il metodo di calcolo che le opzioni riguardanti lo smorzamento del sistema.


Dettaglio Fase Nr. 4
Descrizione
Descrizione Fase
Attiva
Tipo Analisi
Dinamica
Stato iniziale
Analisi Dinamica
Riduzione parametri
Collasso
Filtrazione
Carichi dinamici
Definiti nella fase
Accelerogramma ---->
Matera - Tagliente - Accell Ori
Componente X
Componente Y
Tempo utilizzo (sec)
10,00
Tempo simulazione (sec)
10,00
Fase di partenza
1
Applica accelerazione solo agli strati definiti sismici
Termina se si raggiungono condizioni stazionarie
Opzioni Analisi della Fase
Modifica
Modalità analisi
Analisi DRENATA parametri efficaci
Analisi NON DRENATA con parametri efficaci
Analisi NON DRENATA con parametri totali
Analisi CONSOLIDAZIONE
Opzioni Consolidazione >>
Azzera spostamenti e deformazioni fine fase
Falda e Pressioni Neutre
Pressioni Neutre da Fase Precedente
Accetta
Annulla
Help

6.7.5 Riduzione Parametri

E' il tipo di analisi che viene effettuato per calcolare il *fattore di sicurezza* al variare dei parametri di resistenza dei terreni (angolo di attrito e coesione).

Nella fase caratterizzata come "***Riduzione Parametri***" i carichi applicati e la geometria vengono mantenuti costanti. Vengono variati (ridotti o incrementati) i parametri di resistenza dei terreni (angolo di attrito interno e coesione) per i quali è stato impostato il flag "Riduzione angolo di attrito" e/o "Riduzione coesione" nella tabella di **Definizione del Materiale**.



In un determinato problema è possibile impostare tali opzioni per tutti i terreni definiti o *soltanto per alcuni di essi*.

Inoltre, è possibile impostare solo la riduzione dell'angolo di attrito o solo la riduzione della coesione. In generale, in analogia con quanto viene fatto nei metodi dell'equilibrio limite, impostiamo la riduzione per entrambi i parametri di resistenza. In tal modo il coefficiente di sicurezza calcolato è direttamente confrontabile con il fattore di sicurezza ottenuto mediante Metodo dell'Equilibrio Limite (ad esempio in una analisi di stabilità di un pendio).

Naturalmente *per almeno uno dei materiali deve essere impostato uno delle opzioni di riduzione altrimenti il software non è grado di procedere con l'analisi*.

Il processo di analisi in una Fase definita come Riduzione Parametri consiste nel ridurre i parametri di resistenza dei materiali a partire da uno stato iniziale che deve garantire l'equilibrio del sistema. Come passo iniziale **Aztec FEM** provvede al calcolo dell'equilibrio con i parametri nominale delle caratteristiche di resistenza dei terreni.
Si possono presentare due casi (λ è il moltiplicatore dei carichi):

a) I valori nominali dei parametri di resistenza garantiscono l'equilibrio del sistema ($\lambda \geq 1$). In tal caso il valore (minimo) iniziale di FS è proprio pari ad 1. Il collasso del sistema potrà essere ottenuto incrementando FS (riducendo i parametri nominali). Otterremo un valore di FS superiore all'unità.

b) I valori nominali dei parametri di resistenza NON garantiscono l'equilibrio del sistema ($\lambda < 1$). In tal caso, bisogna applicare ai parametri dei materiali un incremento in modo da ottenere una soluzione di equilibrio (ciò si ottiene applicando un valore FS<1). A partire da questo stato di equilibrio (FS<1) è possibile, come nel caso precedente) procedere all'incremento di FS fino a raggiungere la situazione limite di collasso. Otterremo un valore di FS inferiore all'unità.

Fissato un valore del fattore di riduzione *FS* i parametri di resistenza correnti dei materiali saranno ottenuti come

$$\mathrm{tang}(\phi_{curr}) = \mathrm{tang}(\phi_k)/FS$$
$$c_{curr} = c_k/FS$$

dove ϕ_{curr} e c_{curr} rappresentato i valori correnti mentre ϕ_k e c_k rappresentano i valori nominali di angolo di attrito e coesione dei materiali.

Tale riduzione di parametri provoca uno squilibrio che deve essere recuperato mediante un processo iterativo. Se l'equilibrio del sistema viene raggiunto è possibile procedere ad una ulteriore riduzione di parametri mediante incremento del fattore di riduzione *FS*. L' entità di tale incremento può essere fissato dall'Utente nel campo di input "***Incremento Fattore di Riduzione***" (valore di default = 0.25). Quando non viene raggiunto l'equilibrio il software procede con un processo di bisezione sul valore di FS per cercare di ottenere un valore per cui è possibile riequilibrare il sistema. Se la differenza tra fattori di riduzione è minore od uguale ad una certa tolleranza il processo viene terminato. È possibile impostare tale tolleranza nel campo "***Tolleranza Fattore Riduzione***".

Inoltre, il processo di analisi può essere interrotto mediante l'introduzione di un "***Fattore Riduzione Massimo***".

In tal caso l'analisi viene interrotta se il fattore FS risulta superiore al valore impostato (valori superiori vengono considerati non significativi).

Il valore più alto di FS per cui si è raggiunto l'equilibrio del sistema rappresenta il Fattore di Sicurezza desiderato.

Particolare importanza riveste l'opzione

Mantieni Parametri Ridotti e relativo stato tensio-deformativo per Fasi Successive

Quando questa opzione è attiva eventuali fasi successive alla fase di Riduzione Parametri verranno analizzate assumendo per i terreni i parametri ridotti mediante il fattore *FS* (calcolato nella fase). Anche lo stato deformativo e tensionale è quello calcolato al termine della fase di Riduzione Parametri (corrispondenti alle caratteristiche materiali ridotti di *FS*).

Se l'opzione è disattivata le fasi successive non terranno conto della riduzione parametri ed i calcoli verranno eseguiti con i parametri impostati nella definizione dei terreni. Come stato tensionale e deformativo di partenza si assume quello immediatamente prima della riduzione parametri.

Questa opportunità ha significato se il fattore di sicurezza calcolato FS è maggiore o uguale di 1(significa che i parametri nominale riescono a garantire l'equilibrio del sistema).
In ogni caso bisogna tenere presente che utilizzando i parametri ridotti nelle fasi successive siamo in condizioni limiti (a meno che il fattore di riduzione FS non sia stato condizionato dall'impostazione *Fattore Riduzione Massimo*) pertanto qualsiasi piccola perturbazione apportata al sistema può portare alla perdita dell'equilibrio.

E' possibile avere nella sequenza di fasi definite più di una fase di Riduzione Parametri.
Il coefficiente di sicurezza riportato nella finestra risultati si riferisce sempre ai parametri nominali definiti nei materiali.
A valle di tutte le fasi Riduzioni Parametri (con opzione *Mantieni Parametri Materiali* attiva) il fattore di riduzione applicato alle caratteristiche dei materiali è dato dal prodotto di tutti i fattori di sicurezza ottenuti fase per fase.

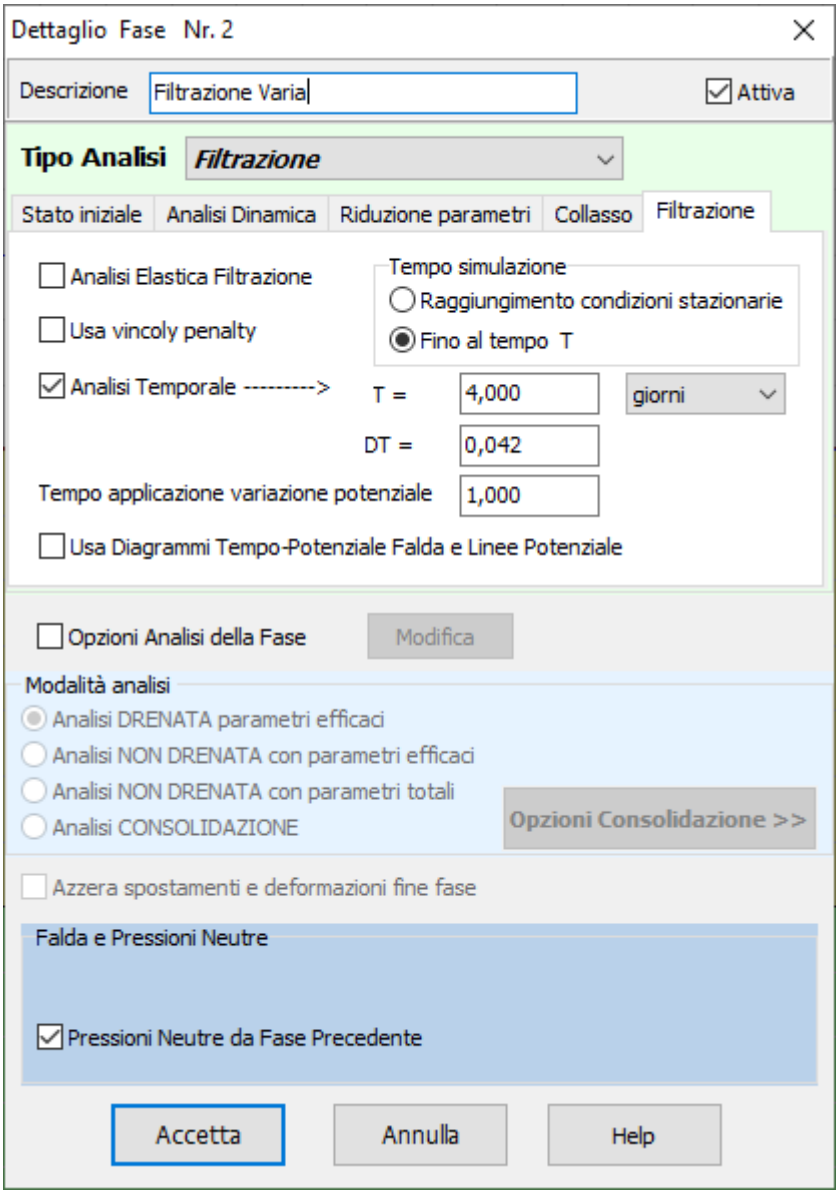
Quando si imposta una fase di Riduzione Parametri è possibile selezionare come modalità di analisi

- **Analisi Drenata**
- **Analisi Non Drenata con parametri efficaci**
- **Analisi Non Drenata con parametri totali**

Non è consentito selezionare **Analisi di Consolidazione**.
Insieme alle analisi dinamiche le analisi con riduzione dei parametri sono quelle più costose dal punto di vista computazionale.

6.7.6 Filtrazione

Aztec FEM permette di analizzare moti di filtrazione stazionari (steady-state) o moti di filtrazione vari (transient). Per procedere a questo tipo di analisi occorre definire un **Fase di Filtrazione.**



Diversamente da tutte le fasi descritte precedentemente lo stato tensionale e deformativo nei materiali non viene interessato. In una analisi di filtrazione entrano in gioco tutte le grandezze relative al fluido interstiziale: potenziale (o pressione), flusso, gradiente idraulico. La caratteristica dei materiali che influenza tali grandezze è la permeabilità *Kx* e *Ky* che è possibile definire nei vari materiali. Nella fase di Filtrazione è necessario imporre delle condizioni al contorno sul potenziale e/o sul flusso.

6.7.6.1 Fase di Filtrazione Stazionaria (Steady State)

Per definire la filtrazione stazionaria nella definizione della fase non occorre impostare nulla. Impostata la fase come filtrazione è possibile procedere con l'analisi. Il risultato di un' analisi steady-state rappresenta condizioni a tempo infinito per le condizioni al contorno definite.

6.7.6.2 Fase di Filtrazione Varia (Transient)

In questo caso occorre attivare nella finestra l'opzione

☐ **Analisi Temporale**

Occorre inoltre selezionare l'unità di misura per i tempi [**secondi**, **ore**, **giorni**, **mesi**]

Definire la durata temporale del processo di filtrazione oppure selezionare la durata fino al raggiungimento delle condizioni stazionarie.

Bisogna definire il passo di analisi **DT** (espresso nell'unita di misura selezionata)

Non è facile definire un valore ottimale. **DT** infatti dipende sia dalla permeabilità del mezzo, dal tipo e dalla grandezza dell'elemento utilizzato nella mesh.

Il processo di filtrazione vario viene innescato da una variazione delle condizioni al contorno. Ad esempio, posso modificare su una superficie con potenziale imposto il valore di tale potenziale. Pensiamo al caso dello svuotamento di un invaso a monte di una piccola diga in terra. Nella fase stazionaria abbiamo a monte della diga un potenziale pari al livello dell'invaso (H_0). Lo svuotamento può essere simulato imponendo un potenziale pari alla quota della base di appoggio della diga (H_1). In una

analisi di filtrazione varia il processo di viene attivato dalla differenza di potenziale (DH= H_1-H_0).
E' necessario comunicare al programma in quanto **tempo viene applicato questa differenza di potenziale** nell'apposito campo. E' ammesso anche il valore 0(zero) a significare che tale differenza di potenziale viene applicata in modo istantaneo.

6.7.6.3 Analisi di Filtrazione con i diagrammi Tempo-Potenziale

Una modalità diversa consiste nel definire un diagramma Tempo-Potenziale sui tratti di falda con potenziale imposto o sulle Linee di Potenziale.
In tal caso si deve attivare l'opzione presente nella finestra

☐ **Usa Diagrammi Tempo-Potenziale Falda e Linee Potenziale**

Il programma provvederà durante l'analisi a impostare i potenziali secondo le funzioni Tempo-Potenziale definiti sui vari tratti di falda o sulle linee di potenziale.

In generale una Fase di Filtrazione Transient ***deve essere preceduta*** da una Fase di Filtrazione Stazionaria la cui soluzione fornisce la soluzione iniziale da cui fare partire l'analisi temporale.
Nel caso in cui è attiva l'opzione

Usa Diagrammi Tempo-Potenziale Falda e Linee Potenziale

lo stato iniziale viene calcolato da **Aztec FEM** prendendo i potenziali al tempo 0 dei diagrammi definiti. In tal caso non è necessario che la fase transiente sia preceduta da una fase steady-state.

6.7.7 Considerazioni sulle Impostazioni delle Fasi

Quando analizziamo un problema di tipo meccanico (determinazione degli spostamenti e dello stato tensione) è buona norma inserire la prima fase come 'Stato Iniziale'. La fase di '*Stato Iniziale*' può essere seguita da una fase di qualsiasi tipo (Equilibrio, Dinamica, Collasso, Riduzione Parametri).

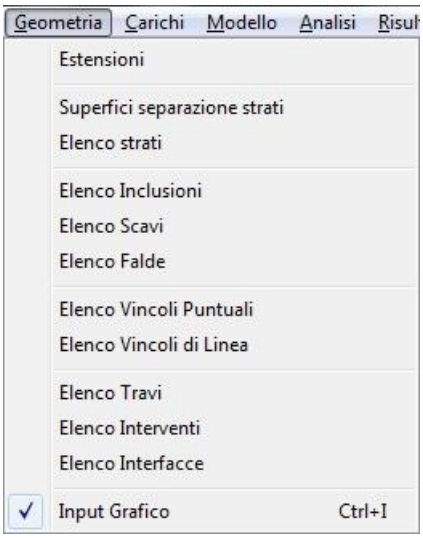
Se una fase viene impostata con modalità analisi '*Analisi NON Drenata con Parametri Efficaci*' e la successiva viene impostata come '*Analisi Drenata con Parametri Efficaci*' le sovrapressioni neutre vengono azzerate quindi stiamo introducendo una dissipazione 'forzata' delle sovrapressioni neutre. Tale dissipazione provoca uno squilibrio che viene recuperato durante il processo di analisi. Se le due fasi sono entrambe di equilibrio questa operazione rimane valida.

La variazione del livello di falda deve essere gestita in modalità drenata. Se da una fase alla successiva variamo il livello di falda, l'ultima fase deve essere impostata con modalità 'Analisi Drenata'. In tal modo viene variata la pressione neutra idrostatica ma non abbiamo incrementi di pressione neutra legati alla variazione di carichi.

Una fase impostata con modalità 'Non drenata Parametri Efficaci' può essere seguita da una fase con modalità 'Analisi Consolidazione''. Le sovrapressioni neutre della fase Non Drenata vengono correttamente dissipate nella fase di Consolidazione.

Una fase impostata come 'Analisi Consolidazione' può essere seguita da un'altra fase con 'Analisi Consolidazione'. Le sovrapressioni neutre vengono correttamente riportate dalla fase precedente a quella successiva ed eventualmente dissipate in quest'ultima.

7 Menu Geometria



Dal **menu Geometria** è possibile richiamare le finestre per la definizione della geometria del modello da analizzare.

- **Estensioni** consente di definire l'ingombro dell'area di lavoro;
- **Superfici separazione strati**;
- **Elenco strati** consente di attribuire i materiali agli strati definiti;
- **Elenco inclusioni**;
- **Elenco scavi**;
- **Elenco falde**;
- **Elenco vincoli puntuali**;
- **Elenco vincoli di linea**;
- **Elenco travi**;
- **Elenco interventi**;
- **Elenco interfacce**.

Ricordiamo che tutte le voci di questo menù sono accessibili, in maniera più agevole, in formato grafico-numerico dalla finestra di **Input Grafico**.

7.1 Estensioni

Nella finestra è possibile definire l'ingombro della sezione del modello da analizzare:

- **Estensioni in direzioni X ed Y**, espresse in [L1];
- **Origine X ed Y**, espresse in [L1] (possono anche essere negative).

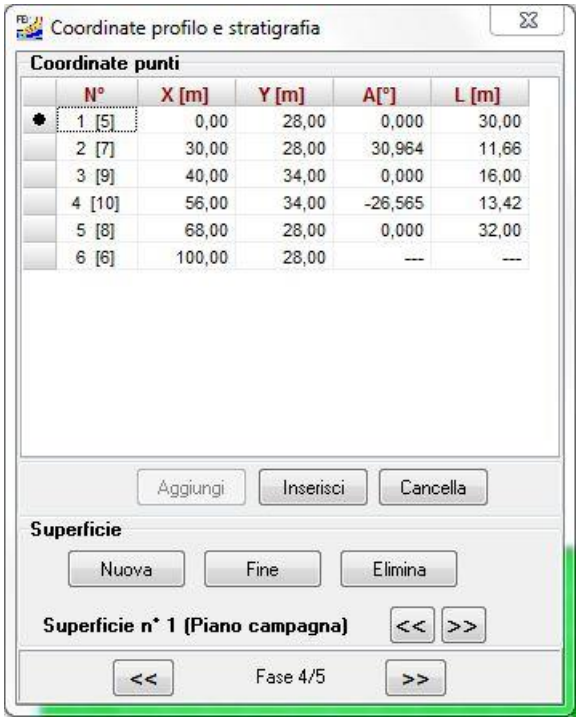
I dati vengono utilizzati per settare l'ingombro del disegno per una migliore rappresentazione geometrica del modello da analizzare.

In alcuni casi risulta necessario estendere o ridurre l'ingombro della sezione di calcolo. Affinché i dati immessi non vadano persi è possibile estendere o ridurre l'area di ingombro della sezione modificando i valori di estensione definiti in precedenza e selezionando, nel pannello *Modifica estensione X*, la modalità di estensione. Sono previsti quattro possibili scelte per l'estensione: estendi a destra, estendi a sinistra, estendi centrato (sia a destra che a sinistra) e quattro possibili scelte per la riduzione: taglia a destra, taglia a sinistra, riduci centrato (taglia sia a destra che a sinistra).

7.2 *Superfici separazione strati*

Nella finestra viene riportato l'*elenco dei punti* che definiscono le varie superfici che descrivono la separazione tra strati. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

N°, l'indice progressivo del punto e tra parentesi quadre l'indice del nodo del modello;



le coordinate **X**, **Y** del punto, espresse in [L1];

l'angolo che forma il segmento p_i-p_{i+1} rispetto all'orizzontale, espresso in [°];

la lunghezza il segmento p_i-p_{i+1}, espresso in [L1].

Attraverso i pulsanti presenti nella parte bassa della finestra è possibile:

modificare la superficie selezionata: aggiungere nuovi punti, modificare e cancellare quelli esistenti;

creare nuove superfici o eliminare quelle esistenti. Attraverso il pulsante Fine è possibile comunicare al software che la nuova superficie creata può essere terminata.

Su tutte le operazioni di manipolazione dei punti vengono effettuati dei controlli di congruenza: non è possibile eliminare punti che appartengono a più superfici, non è possibile creare punti coincidenti.

L'input e la manipolazione delle superfici possono essere gestiti, in modo più agevole ed immediata, in modalità grafica nella finestra Input Grafico

7.3 Elenco strati

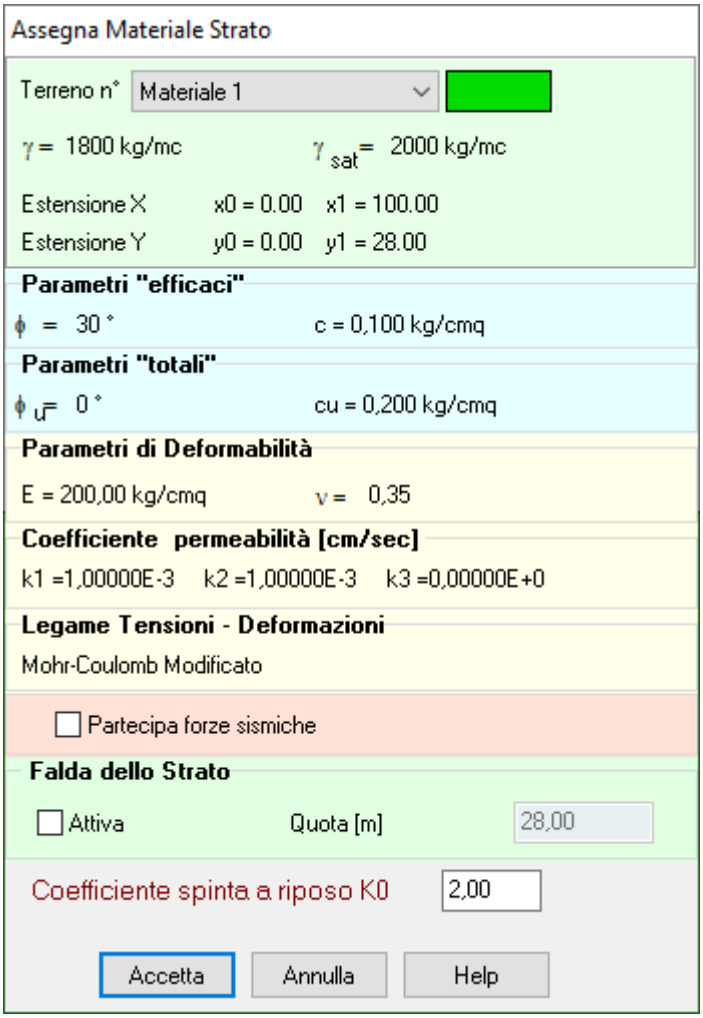
Nella finestra viene riportato l'elenco degli strati. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, l'indice dello strato;
- la **Descrizione**;
- il nome del **Materiale** che costituisce lo strato;
- il **Colore** del materiale.

In **Aztec FEM** gli strati non sono definiti direttamente dall'Utente ma sono ottenuti dalla intersezione di superfici. All'oggetto strato si accede in modalità modifica per assegnare il terreno ed eventualmente la falda.

7.3.1 Assegna materiale strato (Definizione strato)

E' possibile accedere alla finestra **Assegna materiale strato** dalla finestra **Elenco strati** o cliccando sul pulsante Modifica dell'input grafico.



Nella tabella è possibile definire:

- Il terreno associato allo strato; il programma provvederà a visualizzare le caratteristiche meccaniche ed idrauliche ed il legame costitutivo; Il materiale può essere anche nullo.

- **Partecipa Forze Sismiche**;
  nel caso di una fase dinamica mediante uso di accelerogrammi è possibile comunicare al solutore che la forzante, calcolata come ***F=Ma***, (***F*** forzante, ***M*** matrice masse, ***a*** accelerazione) deve tenere conto della massa dello strato corrente. Esistono casi in cui tale opzione può essere disattivata. In tal caso la massa dello strato contribuisce alla matrice delle masse (oltre che essere messo in conto per la rigidezza e lo smorzamento) del sistema ma non viene messa in conto nel calcolo della forzante.

- Il coefficiente di spinta a riposo (**K_0**) se nella finestra **Definizione coefficiente di spinta a riposo** si è scelto *Valore costante definito nello strato* (cap. 5.6).

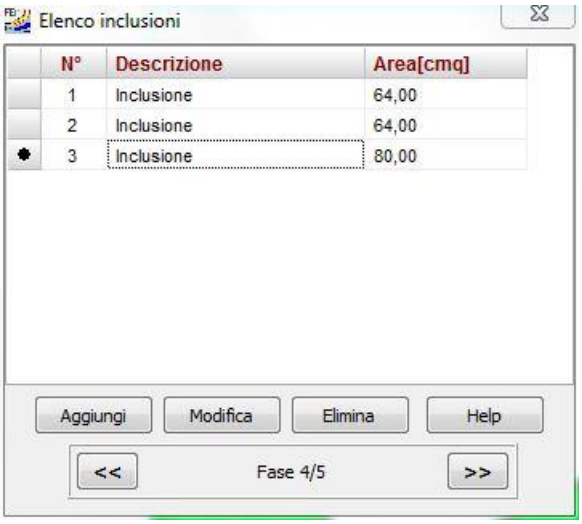
- Attivare **Falda dello strato** e definirne la quota. La falda degli strati è indipendente dalla falda generale che possiamo definire nell'Input Grafico. Attivando la falda dello strato tutti i punti dello strato avranno una pressione neutra data dal carico idraulico relativo alla quota della falda strato. Nel caso in cui venga definita oltre alla falda di strato anche la falda generale le pressioni neutre all'interno dello strato saranno definite solo dalla falda strato.

7.4 *Elenco Inclusioni*

In **Aztec FEM** gli strati sono definiti dalle intersezioni di superfici.
Definiamo come **Inclusione** un poligono materiale che viene direttamente definito come un poligono chiuso *anche sovrapposto* ad altri strati. L'Inclusione viene caratterizzata con un materiale (che può essere anche nullo) ed un eventuale interfaccia disposta sul contorno del poligono.

Nella finestra viene riportato l'elenco delle inclusioni definite. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, l'indice dell'inclusione;
- la **Descrizione**;
- l'**area** del poligono che la descrive.

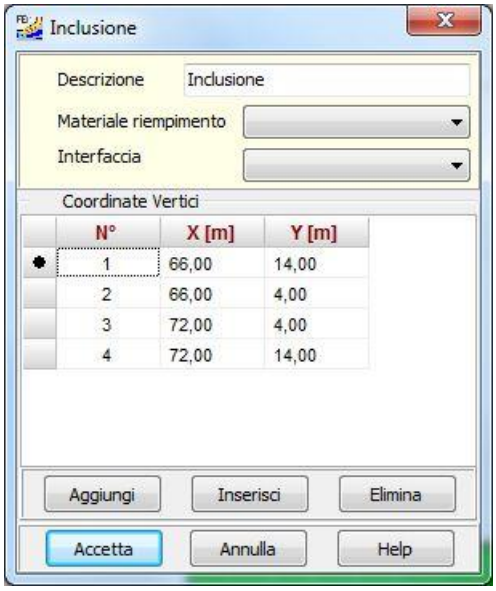


7.4.1 Definizione inclusione

I dati da impostare per definire un'inclusione sono:

- La **Descrizione**;
- Il **materiale di riempimento**;
- Il **materiale di interfaccia**;
- Le **coordinate** del poligono che lo descrivono geometricamente.

I materiali di riempimento e di interfaccia possono anche essere nulli (non definiti).
Per definire il poligono basta agire sui pulsanti Aggiungi, Inserisci ed Elimina. Affinché il poligono sia definito correttamente è necessario definire almeno tre punti non allineati.



7.5 *Elenco scavi*

Nella finestra viene riportato l'elenco degli scavi definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, l'indice dell'inclusione;
- la **Descrizione**.

7.5.1 Definizione scavo

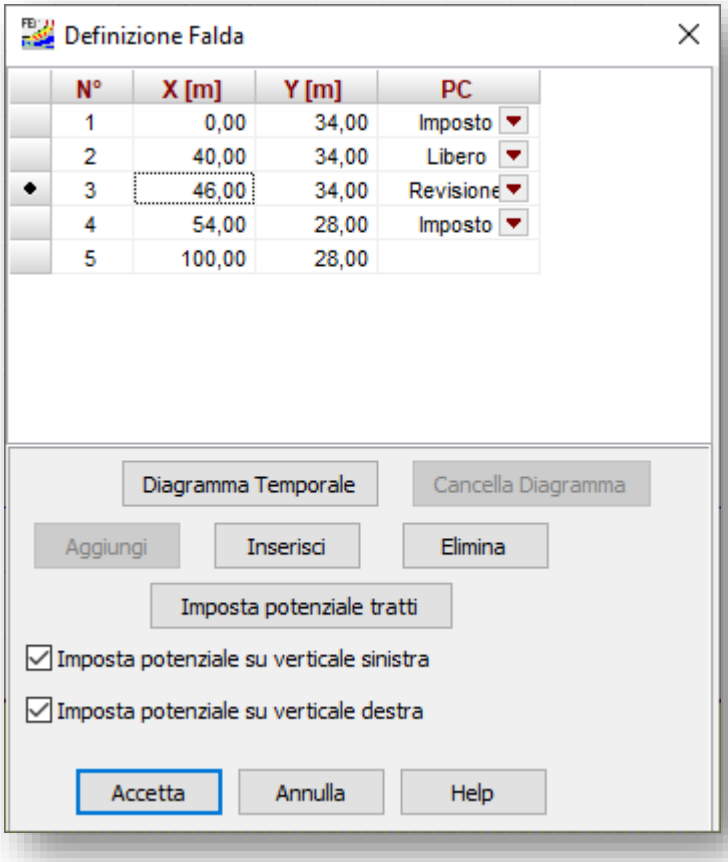
I dati da impostare per definire uno scavo sono:

- La **Descrizione**;
- Le **coordinate** del poligono che lo descrivono geometricamente.

Per definire il poligono basta agire sui pulsanti Aggiungi, Inserisci ed Elimina. Affinché il poligono sia definito correttamente è necessario definire almeno tre punti non allineati.

Uno scavo può essere sia come scavo superficiale che come scavo in sotterraneo.
In quest'ultimo caso va definito un poligono chiuso.
Nella finestra di Input Grafico, tramite il pulsante **Genera** è possibile generare in automatico lo scavo.
Si possono generare delle travi che contornano lo scavo tramite il pulsante **Manipola** (barra delle Azioni sulla destra).

7.6 *Definizione falda*



I dati da impostare per definire la falda sono:

- Le **coordinate** X ed Y della polilinea che la descrivono geometricamente.
- L'attributo del segmento della falda

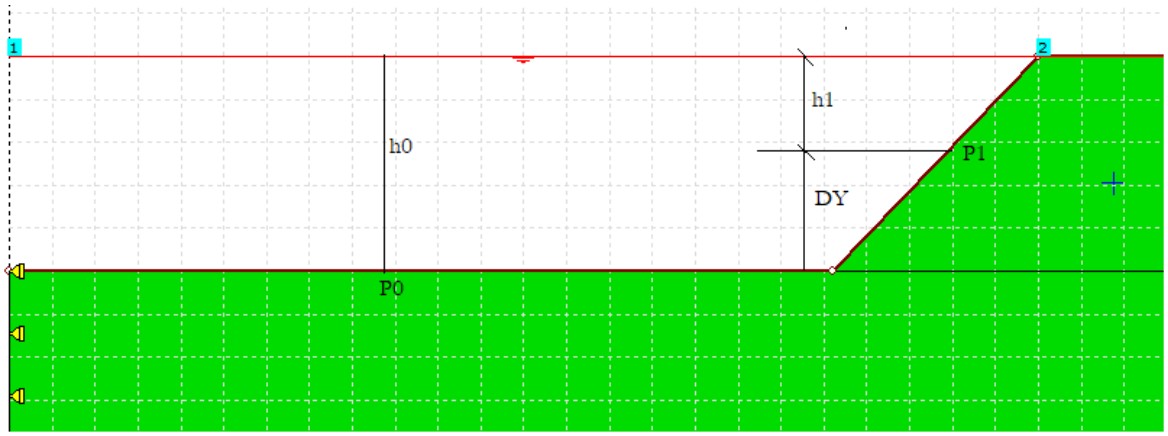
Per definire la polilinea basta agire sui pulsanti Aggiungi, Inserisci ed Elimina. Affinché la polilinea sia definita correttamente è necessario che le ascisse dei punti siano crescenti ($x_i \geq X_{i+1}$).

I segmenti che costituiscono la polilinea falda possono avere un attributo che verrà utilizzato nelle **Fasi di Filtrazione**.

Prima di vedere il significato di tali attributi ricordiamo che il potenziale, H, in un punto è espresso come

$$H = y + \frac{p}{\gamma_w}$$

Dove y è la quota del punto, p è la pressione idraulica e γ_w è il peso di volume dell'acqua. Il termine y è detto altezza geometrica mentre p/γ_w è detto altezza di pressione. Tutti i punti che stanno sotto un livello di falda libero avranno lo stesso potenziale H anche se hanno quote diverse (in tal caso avranno pressione diverse).



Pressione in P0 = γ h0 Potenziale in P0 = γ h0/γ +Y0 = h0+Y0
Pressione in P1 = γ h1 Potenziale in P1 = γ h1/γ +Y1 = h1+Y1=h1+(Y0+DY)=Y0+(h1+DY)=Y0+h0

Vediamo il significato di tali attributi

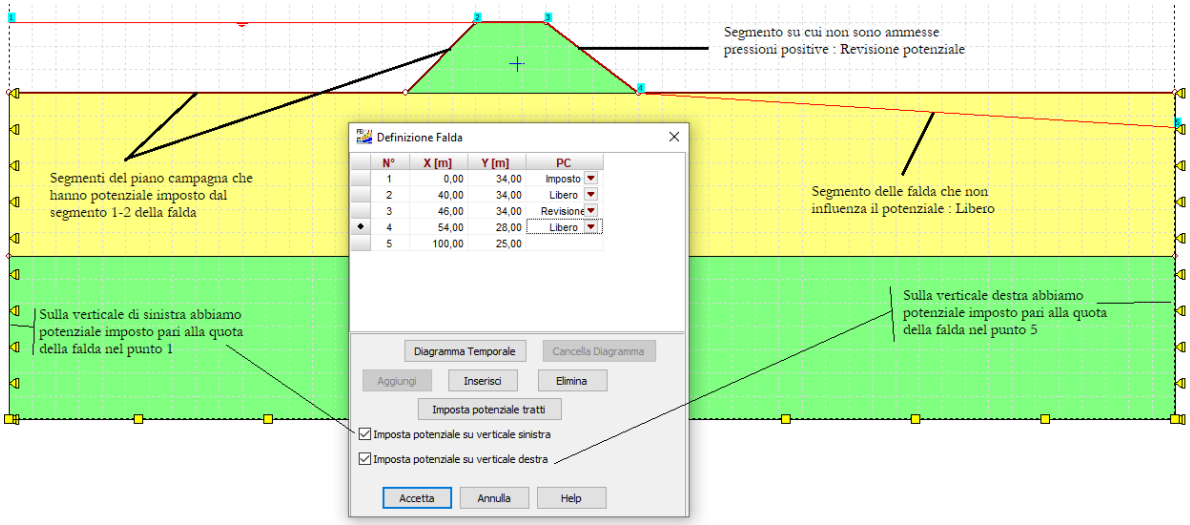
Potenziale Imposto. Attivando questo attributo tutti i nodi del modello che giacciono sul segmento avranno potenziale imposto pari alla quota della falda. Si tratta quindi di una linea di vincolo per il potenziale (e quindi per la pressione). Se il segmento è disposto al di sopra del piano campagna tutti i nodi del piano campagna che si trovano sotto il segmento avranno potenziale imposto pari alla quota della falda.

Potenziale Libero. Non impone nessun vincolo sul potenziale sia che si trovi all'interno del terreno sia che si trovi al di sopra del piano campagna. I tratti della falda con questo attributo sono significativi solo per determinare se un elemento del modello si trova al di sotto della linea di falda.

Revisione Potenziale. I segmenti della falda con questo attributo rappresentano ***nelle analisi di filtrazione*** dei vincoli condizionali. Devono essere adagiati sul piano campagna e servono per azzerare le pressioni in zone dove l'accumulo di acqua è fisicamente non ammissibile. Si pensi al caso di un paramento di valle di una diga in terra. Su tale paramento l'accumulo di acqua è impensabile. Allora imponendo un vincolo di revisione del potenziale questa situazione fisicamente inaccettabile viene gestita dal programma.

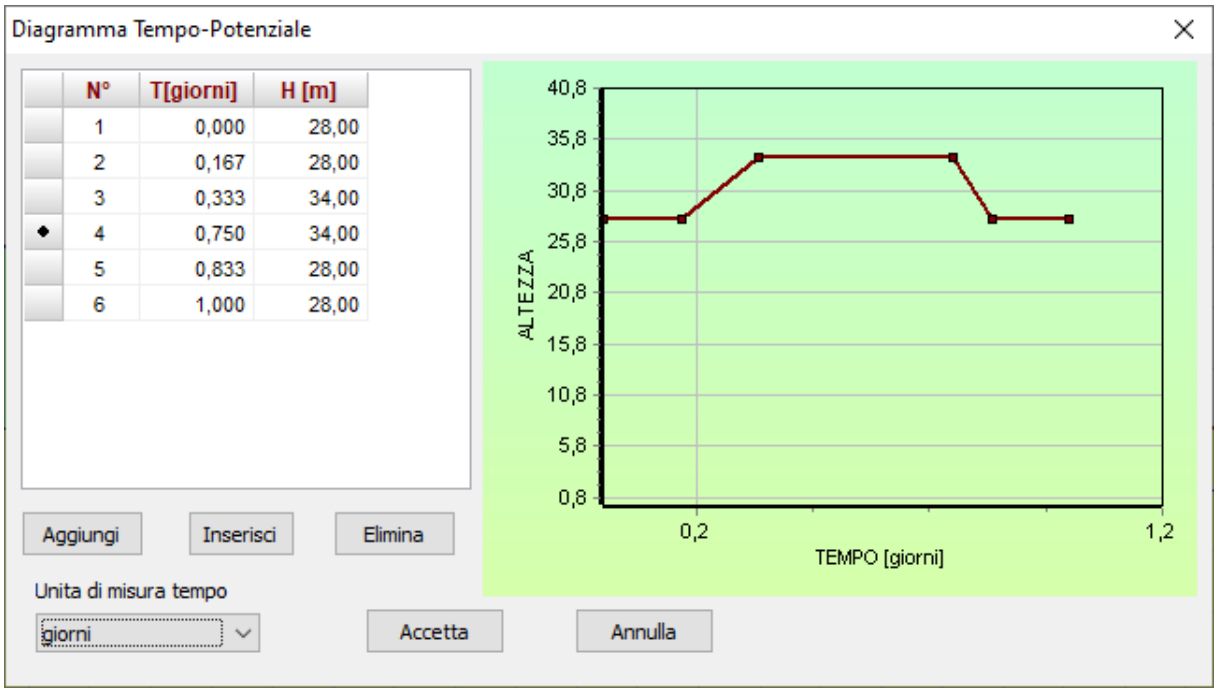
Sempre per le fasi di filtrazione è possibile impostare il potenziale sulla verticale di sinistra e di destra pari alle rispettive quote della falda. In questo modo si impostano vincoli sul potenziale da 'zona indisturbata'. In pratica attivando queste due opzioni si

assume un andamento della pressione idrostatica alle estremità del dominio da analizzare. Questa ipotesi è realistica se i contorni si trovano abbastanza distanti rispetto alle zone dove c'è maggiore disturbo.



7.6.1 Definizione dei diagrammi Tempo-Potenziale

Nel caso in cui è la falda è definita in una fase di Filtrazione Temporale è possibile per i tratti con il potenziale imposto definire un diagramma Potenziale al variare del tempo.



Con tali diagrammi è possibile simulare situazioni di innalzamento ed abbassamento del livello idrostatico al di sopra del piano campagna. Alla finestra per la definizione del diagramma si accede mediante il pulsante **Diagramma Temporale** presente nella finestra ed attivo solo se ci troviamo sulla riga corrispondente ad un tratto con potenziale imposto.
Nella finestra si imposta la curva TEMPO-POTENZIALE per il segmento considerato.
L'unità di misura del tempo può essere selezionata nella finestra stessa. Quando si cambia l'unità di misura il programma automaticamente visualizza i dati secondo la nuova unità.
La curva deve essere definita con Tempi crescenti.

7.6.2 Cancellazione di un diagramma Tempo-Potenziale

E' possibile eliminare un diagramma definito su un tratto mediante il pulsante **Cancella Diagramma**.

7.6.3 Attivazione dei diagrammi Tempo-Potenziale

I diagrammi definiti vengono considerati nella analisi solo se nella *finestra di definizione della fase vengono* attivate le opzioni

Falda Temporale
Usa Diagrammi Tempo-Potenziale

A chiusura di questo capitolo precisiamo ancora una volta che tutte le impostazioni di potenziale sono significative solo nel caso di Fase di Filtrazione. Inoltre, i diagrammi Tempo-Potenziale hanno importanza solo nel caso di Fase di Filtrazione Transiente (non per le fasi con moto di filtrazione stazionario).

Ricordiamo inoltre che anche tramite l'oggetto Linea Potenziale possiamo gestire le condizioni al contorno (idrauliche) nelle fasi di filtrazione.

7.7 *Elenco vincoli puntuali*

Nella finestra viene riportato l'elenco dei vincoli puntuali definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, indice del vincolo;
- Le coordinate, espresse in [L1];
- il tipo di vincolo in direzione X e Y.

7.7.1 Definizione vincolo puntuale

I dati da impostare per definire un vincolo puntuale sono:

- La **Descrizione**;
- Le **coordinate** della posizione, espresse in [L1];

Le **condizioni di vincolo** a scelta tra *Libero*, *Vincolato*, *Elastico* e *Spostamento imposto*. In funzione del vincolo scelto è possibile definire le rigidezze, per il vincolo elastico, espresse in [F1/L1] o gli spostamenti impressi, espressi in [L2].

Per altre considerazioni sui vincoli fare riferimento al paragrafo **Definizione Vincolo di Linea**.

7.8 *Elenco vincoli di linea*

Nella finestra viene riportato l'elenco dei vincoli di linea definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, indice del vincolo;
- Le coordinate iniziali e finali, espresse in [L1];
- il tipo di vincolo in direzione X e Y.
-

N°	Xi [m]	Yi [m]	Xf [m]	Yf [m]	Vincolo X	Vincolo Y
1	0,00	0,00	0,00	28,00	Vincolato	Libero
2	100,00	0,00	100,00	28,00	Vincolato	Libero
3	0,00	0,00	100,00	0,00	Libero	Vincolato

7.8.1 Definizione vincolo di linea

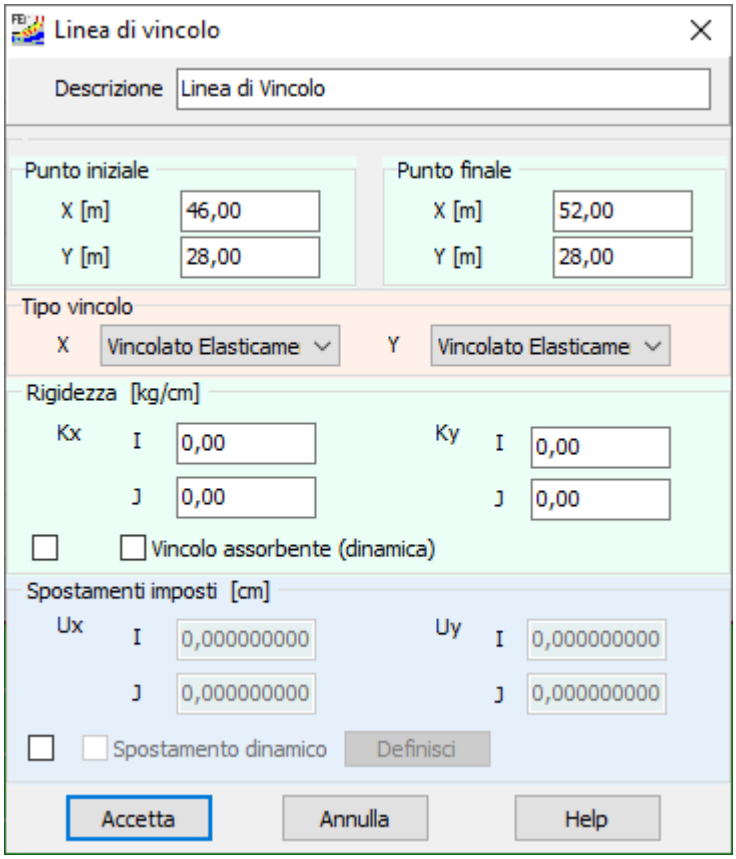
Tramite l'oggetto linea di vincolo è possibile definire sia vincoli rigidi che elastici. Inoltre è possibile definire una vincolo di spostamento imposto oppure un vincolo di spostamento relativo uguale.

I dati da impostare per definire un vincolo di linea sono:

- La **Descrizione**;
- Le **coordinate** della punto iniziale(I) e finale(J) della linea, espresse in [L1];
- Le condizioni di vincolo per ognuna delle direzioni coordinate, a scelta tra Libero, Vincolato, Vincolato elasticamente, Spostamento imposto e Spostamenti relativi bloccati.

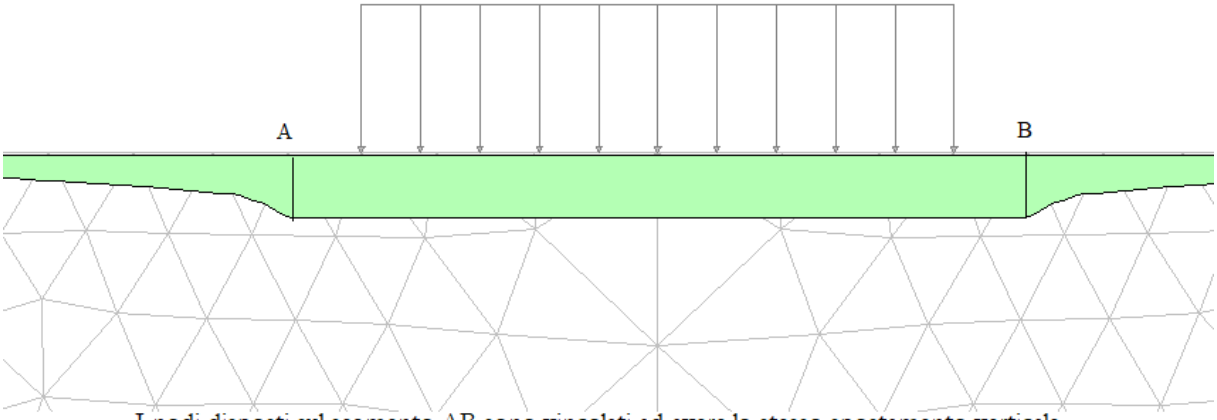
Se si sceglie la condizione di vincolo elastico occorre definire le rigidezze (per ognuna delle direzioni vincolate elasticamente) in corrispondenza del punto iniziale (I) e punto finale(J) del segmento. Si può definire una rigidezza variabile lungo in segmento di vincolo.

Se si desidera applicare uno spostamento imposto occorre definire (per la direzione considerata) lo spostamento imposto al nodo I (iniziale) e lo spostamento imposto al nodo J(finale).



Il vincolo di spostamenti relativi bloccati impone ai punti del segmento I-J lo stesso spostamento nella direzione di applicazione del vincolo. Non viene imposto nessun valore di spostamento ma solo la condizione che gli spostamenti devono essere uguali.

Il caso più classico è il caso di una fondazione rigida sulla frontiera del dominio. L'ipotesi di rigidità viene facilmente imposta tramite l'inserimento di un vincolo a spostamenti uguali (spostamenti relativi bloccati).



I nodi disposti sul segmento AB sono vincolati ad avere lo stesso spostamento verticale

Ricordiamo inoltre che le condizioni di vincolo agiscono sulla configurazione corrente della fase. Se, ad esempio, si inserisce il vincolo in una fase in cui abbiamo già degli spostamenti in corrispondenza dei nodi da vincolare, questi spostamenti rimarranno bloccati (non variano) ma non saranno nulli.

7.9 Elenco linee potenziale idraulico

Nella finestra viene riportato l'elenco delle linee di potenziale idraulico. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- Il segmento che definisce il tratto di potenziale espressa in [L1];
- il potenziale idraulico nel punto iniziale e finale.

N°	Xi [m]	Yi [m]	Xf [m]	Yf [m]	Hyd I	Hyd F
1	48,00	30,00	48,00	22,00	20,00	20,00
2	56,00	30,00	56,00	22,00	20,00	20,00
3	48,00	22,00	56,00	22,00	0,00	0,00

7.9.1 Definizione linea potenziale idraulico

La definizione delle Linee di Potenziale riguarda sia le *Fasi di Filtrazioni* che le fasi in cui è stata impostata *Analisi di Consolidazione*. Nelle fasi di altro tipo, anche se presenti, non hanno nessun effetto. Tramite gli oggetti Linee Potenziale possiamo impostare le condizioni al contorno di tipo idraulico. Da questo punto di vista sono duali delle linee di vincolo per un problema di equilibrio meccanico. Per le Fasi di Filtrazioni in cui è stata definita la falda esse possono essere sostituite assegnando gli attributi di potenziale ai segmenti della falda (vedi descrizione falda). In queste fasi, se necessario, è possibile utilizzarle insieme alla falda.

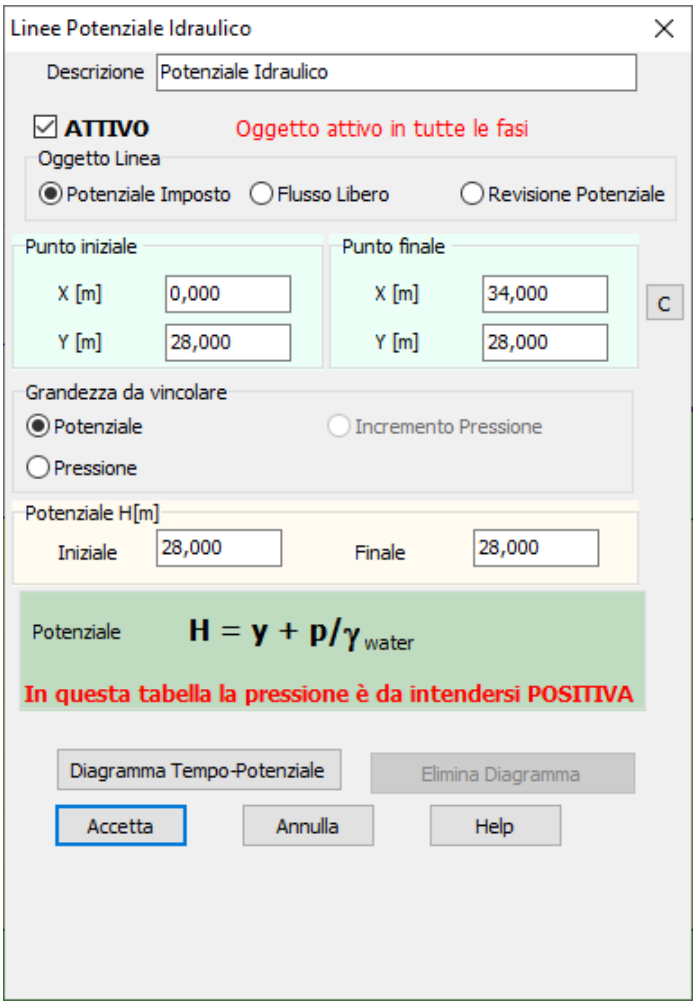
Ricordiamo che il potenziale, H, in un punto è espresso come

$$H = y + \frac{p}{\gamma_w}$$

Dove y è la quota del punto, p è la pressione idraulica e γ_w è il peso di volume dell'acqua. Il termine y è detto altezza geometrica mentre p/γ_w è detto altezza di pressione.

I dati da impostare per definire una linea di potenziale idraulico sono:

- la descrizione;
- punto iniziale e finale della linea, espressa in [L1];

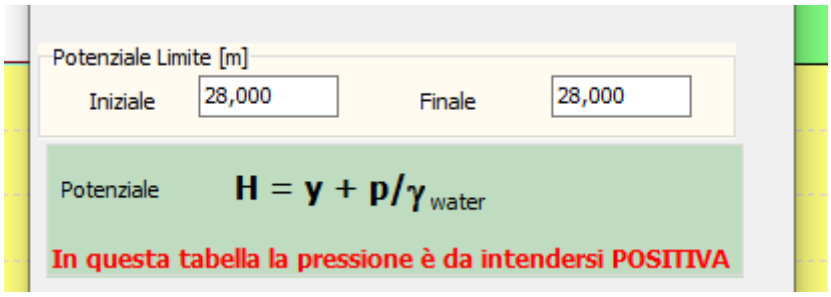


Potenziale Imposto

- la grandezza da definire: potenziale o pressione;
- il valore del potenziale o della pressione nei punti iniziale e finale

Revisione Potenziale

In questo caso stiamo definendo una linea di Revisione del Potenziale (vedi Falda) ed il software richiede l'input del Potenziale Limite che non deve essere superato ai due estremi del segmento.



Anche in questo caso come nella falda è possibile impostare un diagramma Tempo-Potenziale che può essere usato nelle Fasi di Filtrazione Varia (Transient). Per la descrizione fare riferimento alla definizione della falda (paragrafo Definizione falda)

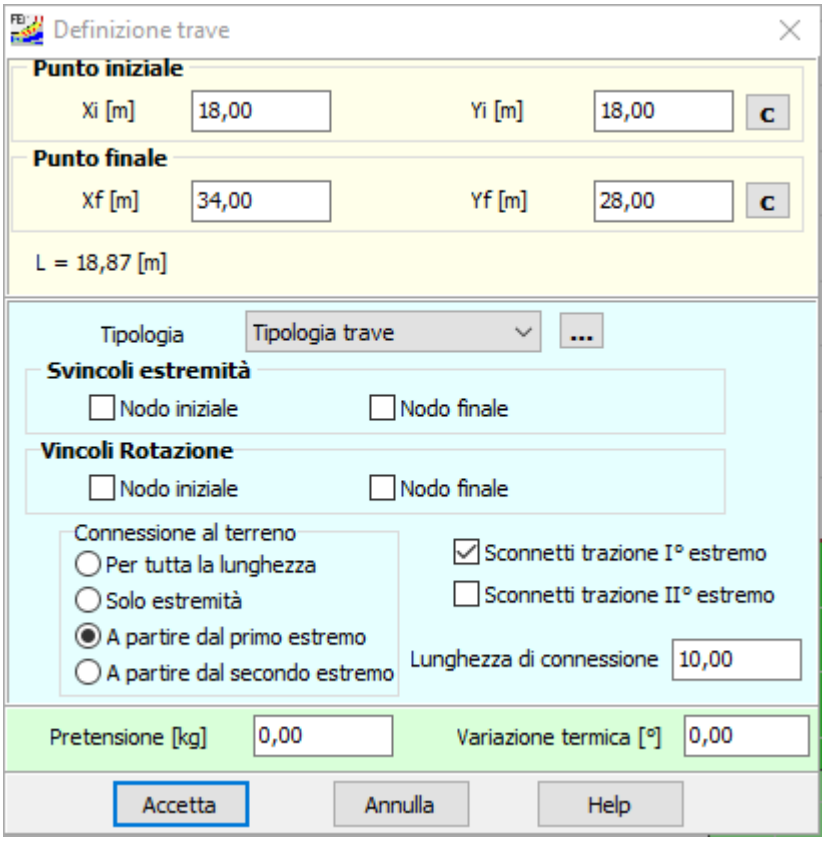
7.10 Elenco travi

Nella finestra viene riportato l'elenco delle travi definite. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- **N°**, indice della trave;
- Le coordinate iniziali e finali della trave, espresse in [L1];
- il tipo di trave a scelta tra le tipologie definite (cap. 5.3).

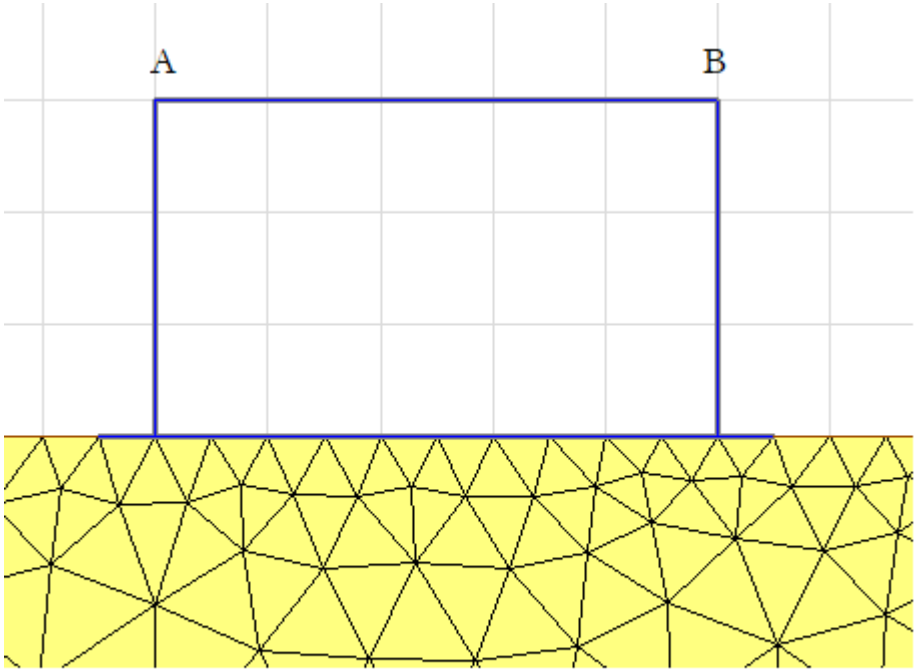
N°	Xi [m]	Yi [m]	Xf [m]	Yf [m]	Tipologia
1	74,00	28,00	86,00	28,00	Trave 100
2	76,00	28,00	76,00	34,00	Trave 50
3	84,00	28,00	84,00	34,00	Trave 50
4	80,00	28,00	80,00	34,00	Trave 50
5	76,00	32,00	84,00	32,00	Trave 50
6	76,00	34,00	84,00	34,00	Trave 50

7.10.1 Definizione trave



I dati da impostare per definire una trave sono:

- Le coordinate del punto iniziale e finale, espresse in [L1];
- La tipologia di trave (cap. 5.3);
- Gli svincoli di estremità (se presenti); hanno significato solo se la trave è connessa ad altre travi;
- I vincoli alla rotazione (se presenti); mi consentono di bloccare le rotazioni all'estremità della trave;
- La connessione con il terreno
- La sconnessione (a trazione) con in terreno in corrispondenza degli estremi;
- La pretensione o la variazione termica applicata alla trave.

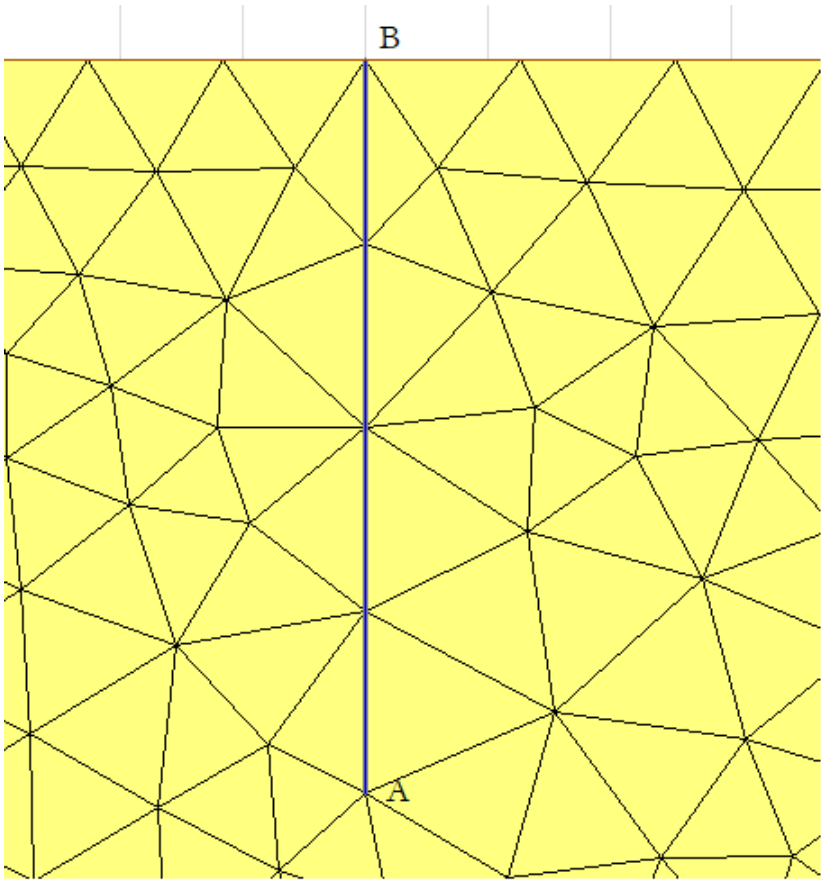


Se voglio considerare il traverso AB incernierato alle estremità per la trave AB attivo gli svincoli alle estremità

Quando una trave viene inserita nel modello gli estremi della trave non sono vincolati alla rotazione. Se abbiamo necessità di vincolare la rotazione di un estremo (o entrambi) attiviamo i vincoli alla rotazione. L'attivazione dei vincoli di estremità è significativa solo per le estremità libere della trave (quando la trave non è connessa ad altre travi).

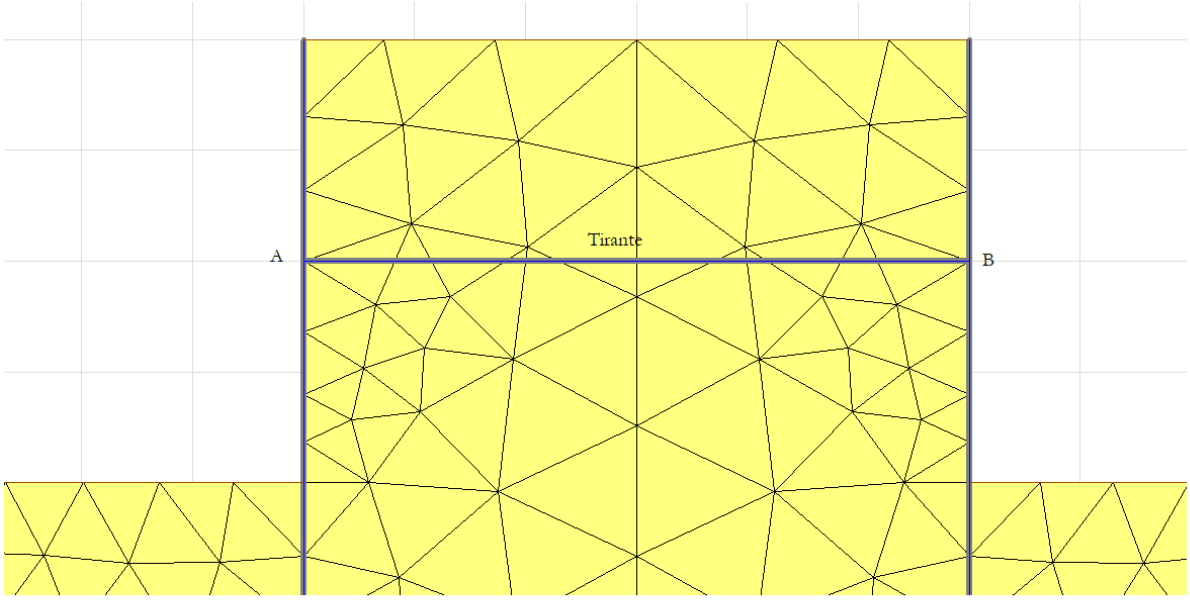
La connessione della trave con il terreno può avvenire:

- per tutta la lunghezza;
- solo estremità
- a partire dal primo o dal secondo estremo, definendo la lunghezza di connessione, espressa in [L1].



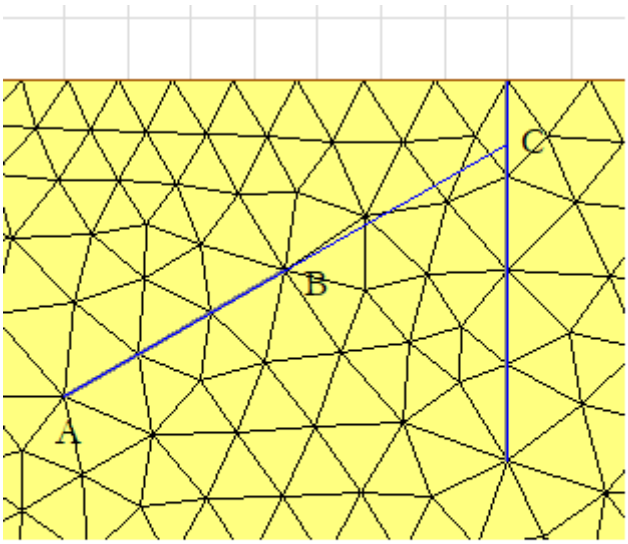
Connessione per tutta la lunghezza della trave AB

I nodi della trave ed i nodi del terreno coincidono.

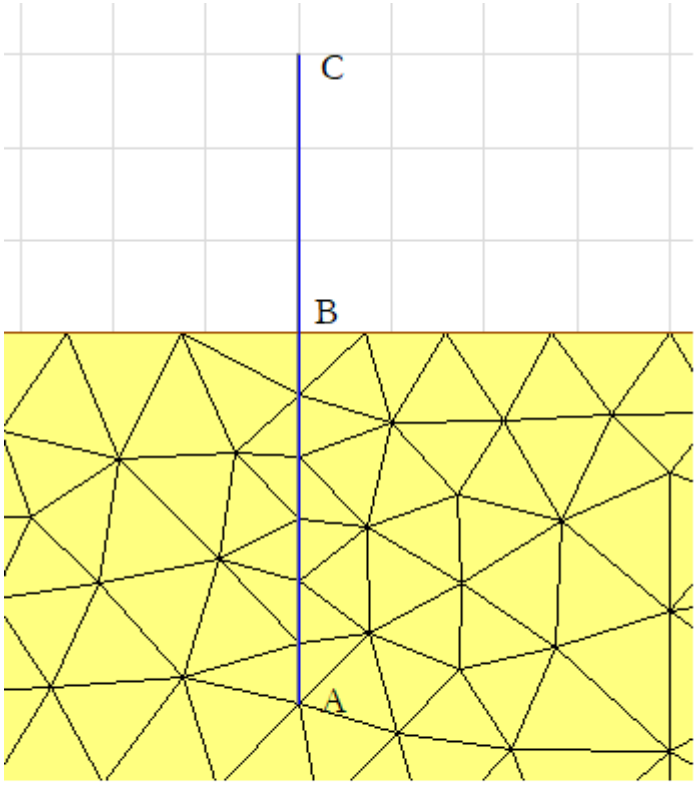


Connessione della trave 'Tirante' sono nei nodi di estremità A e B
Lungo lo sviluppo del Tirante non ci sono connessioni tra la trave ed il terreno

In questo caso solo i nodi A e B sono comuni alla trave ed al terreno.



Connessione parziale: il tratto AB è connesso al terreno; il tratto BC non è connesso al terreno



Trave parzialmente immersa nel terreno. Non è necessario specificare connessione parziale per il tratto AB.

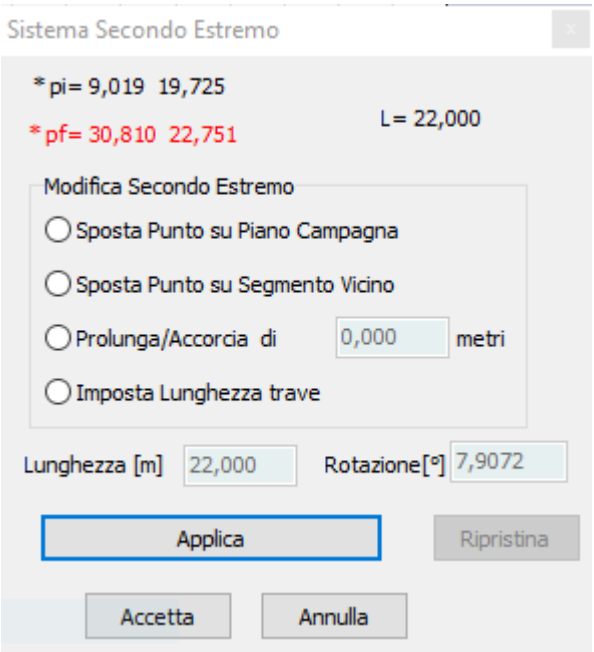
Se la trave è parzialmente immersa nel terreno ed il tratto immerso è connesso al terreno non è necessario definire la connessione parziale. Il programma gestisce tale situazione in automatico.

I check sconnetti trazione I° o II° estremo permettono il distacco dell'estremo della trave dal terreno. Ad esempio, l'estremo della fondazione di un tirante deve poter

separarsi dal terreno.

Una trave può essere soggetta ad uno sforzo iniziale di pretensione (pensiamo al caso di un tirante attivo) oppure ad una variazione termica. I valori di pretensione o variazione termica possono esser inseriti negli appositi campi di input.

I pulsanti **[c]** posti in corrispondenza delle coordinate del primo e secondo estremo della trave consentono di accedere alla finestra descritta di seguito. In questa finestra è possibile modificare la posizione del primo o secondo estremo della trave in modo automatico. Le opzioni possibili sono le seguenti:



Sposta punto sul piano campagna
L'estremo selezionato della trave viene portato sul piano campagna mantenendo inalterata la direzione della trave;

Sposta punto su segmento vicino
L'estremo selezionato della trave viene portato sul segmento più vicino restando inalterata la direzione della trave;

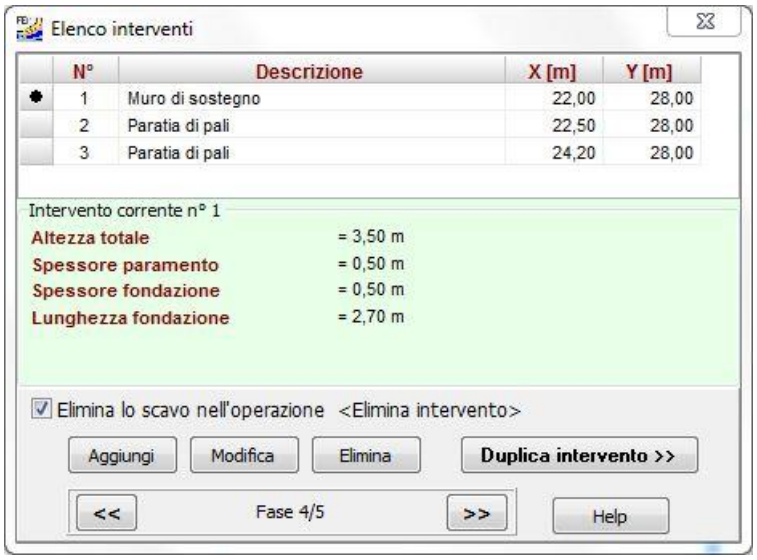
Prolunga/Accorcia trave
L'estremo viene spostato della quantità digitata (direzione trave inalterata). Valori positivi indicano allungamento della trave mentre valori negativi indicano accorciamento.

Imposta Lunghezza Trave. Attivando questa opzione è possibile digitare lunghezza e rotazione della trave. L'estremo selezionato viene modificato mentre l'altro estremo viene preso come origine e centro di rotazione. La rotazione è da intendersi positiva antioraria con origine in corrispondenza dell'asse X.

Una volta selezionata l'opzione occorre agire sul tasto **[Applica]** per apportare le modifiche desiderate. E' possibile cambiare l'estremo in modifica cliccando sulle coordinate del punto iniziale (pi) o finale (pf). L'estremo attivo viene indicato in rosso.

7.11 Elenco interventi

Nella finestra viene riportato l'elenco degli interventi definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:



7.12 Elenco interfacce

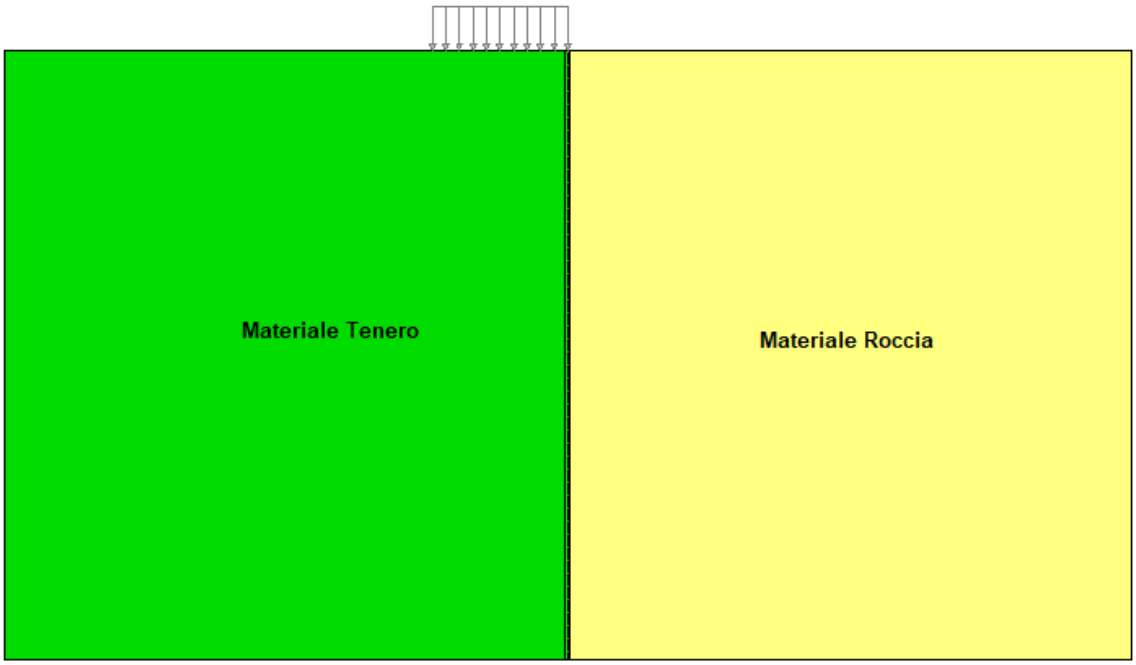
Nella finestra viene riportato l'elenco delle interfacce definite. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- la descrizione;
- il materiale;
- le coordinate della linea che la definiscono;

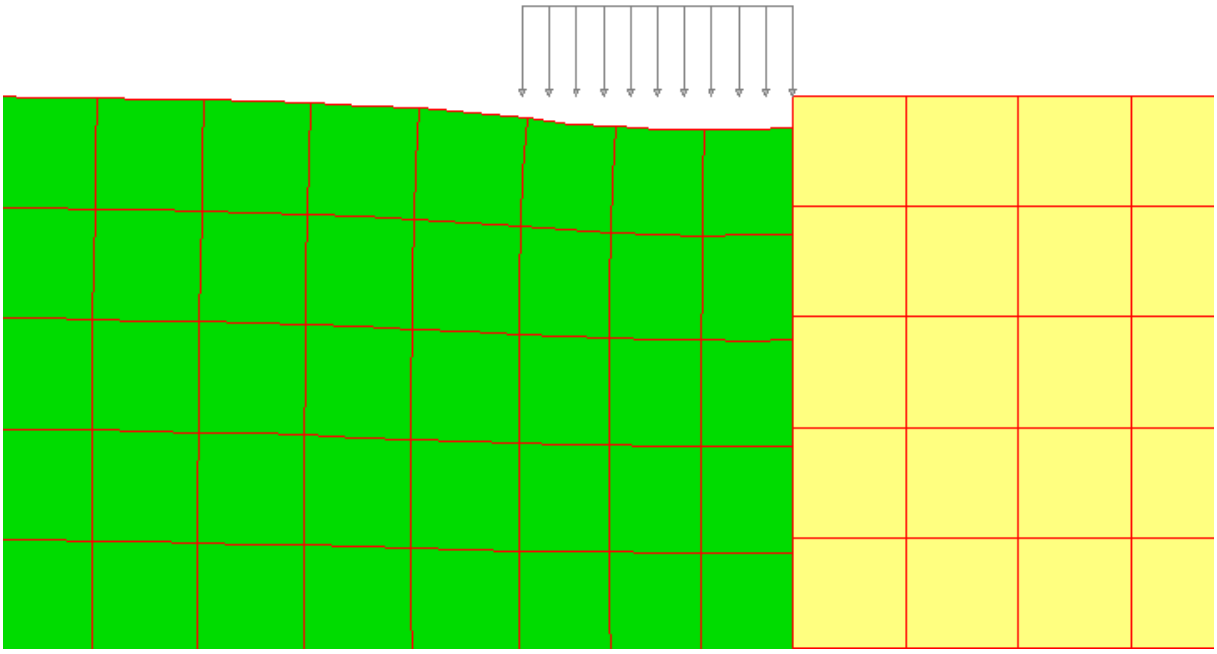
In questo elenco sono riportate le sole interfacce definite in modo libero nel modello. Le interfacce definite negli oggetti (trave, inclusione, etc.) non fanno parte di questo elenco.

7.12.1 Definizione interfaccia

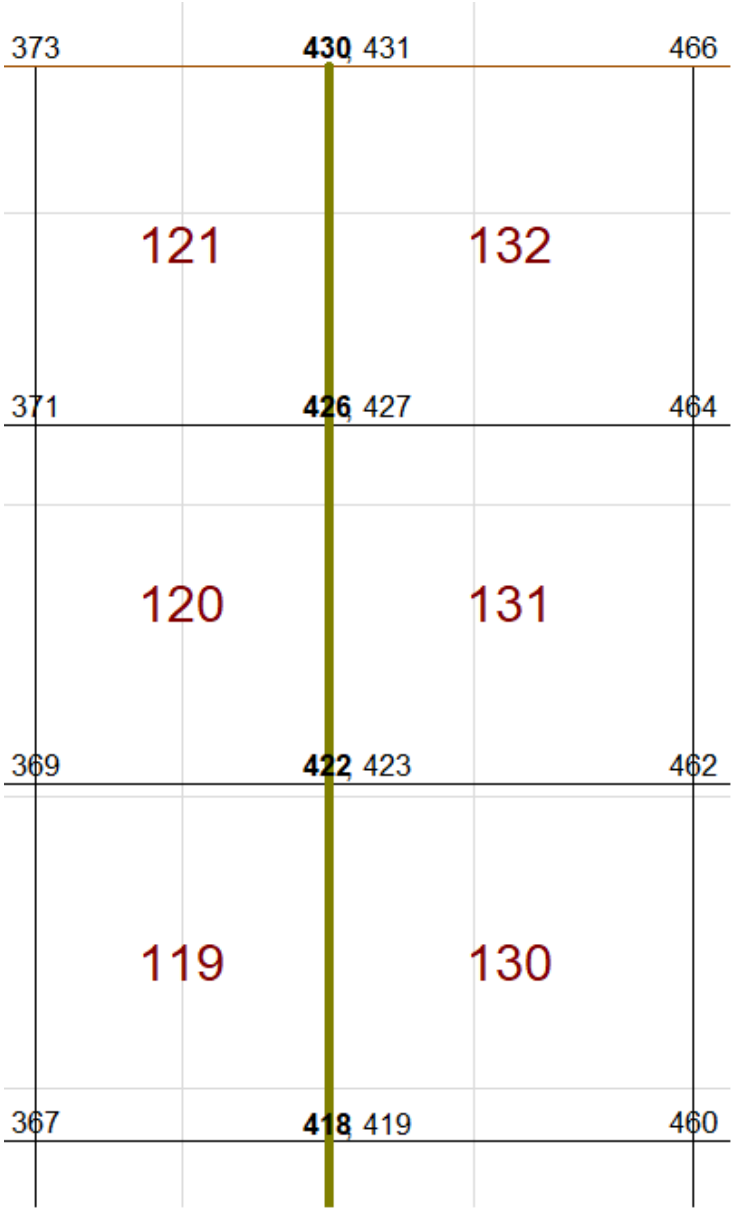
Le interfacce rappresentano degli strumenti di modellazione che consentono di introdurre discontinuità sugli spostamenti nei nodi situati a sinistra e a destra della linea di interfaccia. Sono definite da un segmento I-J e da un materiale di interfaccia (caratterizzato da parametri di resistenza e di deformabilità). Per chiarire la necessità



dell'interfaccia facciamo il caso di un semispazio suddiviso(verticalmente) in due strati di terreno aventi caratteristiche di rigidezza e di resistenza molto diverse tra di loro.
Sul terreno tenero sia disposto un carico distribuito come in figura.
Dal punto di vista fisico ci aspettiamo che il materiale tenero subisca un cedimento maggiore e che la roccia non subisca spostamenti. Siccome i materiali in corrispondenza della linea di separazione condividono gli stessi nodi, avranno gli stessi spostamenti. Ciò contraddice quello che intuitivamente ci aspettiamo. Inserendo una linea di interfaccia in corrispondenza della linea di separazione dei materiali



facciamo in modo che essi afferiscano a nodi differenti che si possono muovere indipendentemente. Lo scorrimento tra i due materiali viene simulato correttamente. Maggiori dettagli si possono trovare nel capitolo Generazione Modello



Gli Elementi 121 e 132, fisicamente adiacenti, concorrono in nodi diversi. Il nodo 430 e 426 possono avere spostamenti diversi dai nodi 'collegati' 431 e 427.
Quando si inserisce una interfaccia i nodi disposti su segmento sono tutti nodi doppi indipendenti.

Le interfacce sono particolarmente utili per modellare linee di separazione tra materiali differenti come terreno e materiali strutturali che in genere presentano caratteristiche di rigidezza molto diverse tra di loro. In **Aztec FEM** oltre a definire oggetti linee di interfaccia, è possibile definire linee di interfaccia adiacenti a travi o ad interventi in modo automatico nella definizione dell'oggetto strutturale. Ad esempio, per una trave possiamo definire una interfaccia 'a destra' ed una 'a sinistra' (Tipologia travi)

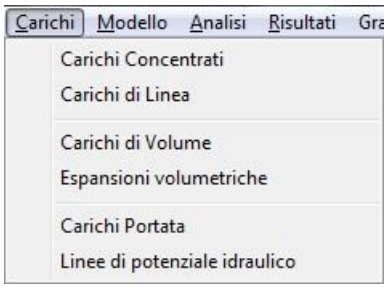
I dati da impostare per definire una interfaccia sono:

- La descrizione;
- Il materiale di interfaccia, a scelta tra i soli materiali di tipo interfaccia definiti (cap. 5.5.3);

Le coordinate della linea di interfaccia (posizione iniziale e finale), espresse in [L1].

8 Menu Carichi

Dal **menu Carichi** è possibile richiamare le finestre per la definizione dei carichi agenti nel modello da analizzare.



- Carichi concentrati;
- Carichi di linea;
- Carichi di volume;
- Espansioni volumetriche;
- Carichi di portata;
- Linee di potenziale idraulico.

8.1 Elenco carichi concentrati

Nella finestra viene riportato l'elenco dei carichi concentrati definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- la descrizione;
- la posizione, espressa in [L1];
- le componenti del carico, espresse in [F1/L1].

N°	Descrizione	X [m]	Y [m]	Px [kg/m]	Py [kg/m]
1	Carico	23,70	31,50	0,00	-1000,00
2	Carico	28,00	28,00	0,00	-5000,00
3	Carico	16,00	24,00	600,00	-2000,00

8.1.1 Definizione carico concentrato

I dati da impostare per definire un carico concentrato sono:

- la descrizione;
- la posizione, espressa in [L1];
- le componenti di carico nelle direzioni X e Y, espresse in [F1/L1];
- se il carico è dinamico;
- se il carico è inerziale.

Se al carico si attribuisce la proprietà **dinamico** è possibile definire il diagramma carico-tempo cliccando sul pulsante posto a lato (cap. 8.6).

Se al carico si attribuisce la proprietà **inerziale**, nelle fasi dinamiche gli effetti del sisma si ripercuotono anche sul carico.

Un carico concentrato può essere posizionato in qualsiasi punto del dominio da analizzare.

8.2 *Elenco Carichi distribuiti*

Nella finestra viene riportato l'elenco dei carichi distribuiti definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

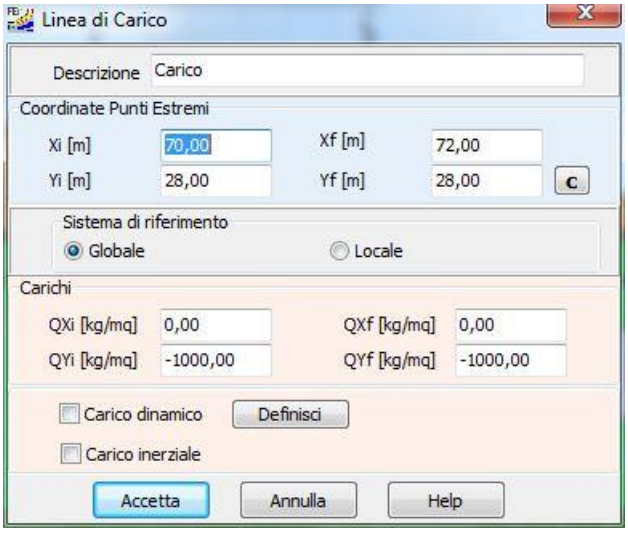
- la descrizione;
- la posizione dei punti iniziale e finale, espressa in [L1];
- le componenti del carico, espresse in [P2].

N°	Descrizione	Xi, Yi [m]	Qix [kg/mq]	Qiy [kg/mq]	Xf, Yf [m]	Qfx [kg/mq]	Qfy [kg/mq]
1	Carico	42,00; 34,00	0,00	-1000,00	54,00; 34,00	0,00	-1000,00
2	Carico	88,00; 28,00	0,00	-1000,00	94,00; 28,00	0,00	-1000,00
3	Carico	76,00; 34,00	0,00	-1000,00	80,00; 34,00	0,00	-1000,00

8.2.1 Definizione carico distribuito

I dati da impostare per definire un carico distribuito sono:

- la descrizione;
- la posizione dei punti iniziale e finale, espressi in [L1];
- le componenti di carico nelle direzioni X ed Y, espresse in [P2];
- se il carico è dinamico;
- se il carico è inerziale.



Se al carico si attribuisce la proprietà **dinamico** è possibile definire il diagramma carico-tempo cliccando sul pulsante posto a lato (cap. 8.6).

Se al carico si attribuisce la proprietà **inerziale**, nelle fasi dinamiche gli effetti del sisma si ripercuotono anche sul carico.

8.3 *Elenco carichi di volume*

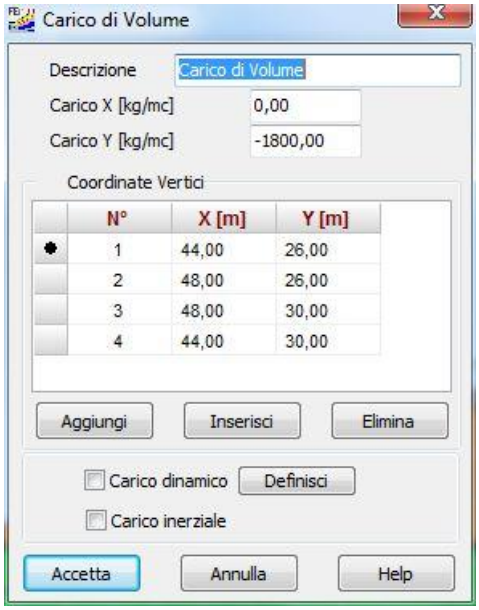
Nella finestra viene riportato l'elenco carichi volumi definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- la descrizione;
- le componenti del carico in direzione X e Y, espresse in [F1/L1^3].

8.3.1 Definizione carico di volume

I dati da impostare per definire un carico di volume sono:

- la descrizione;
- le componenti di carico nelle direzioni X ed Y, espresse in [F1/L1^3];
- le coordinate del poligono che ne definiscono la geometria, espresse in [L1];
- se il carico è dinamico, attivando il check relativo;
- se il carico è inerziale, attivando il check relativo.



Se il carico è **dinamico** è possibile definirne le caratteristiche cliccando sul pulsante posto a lato (cap. 8.6).

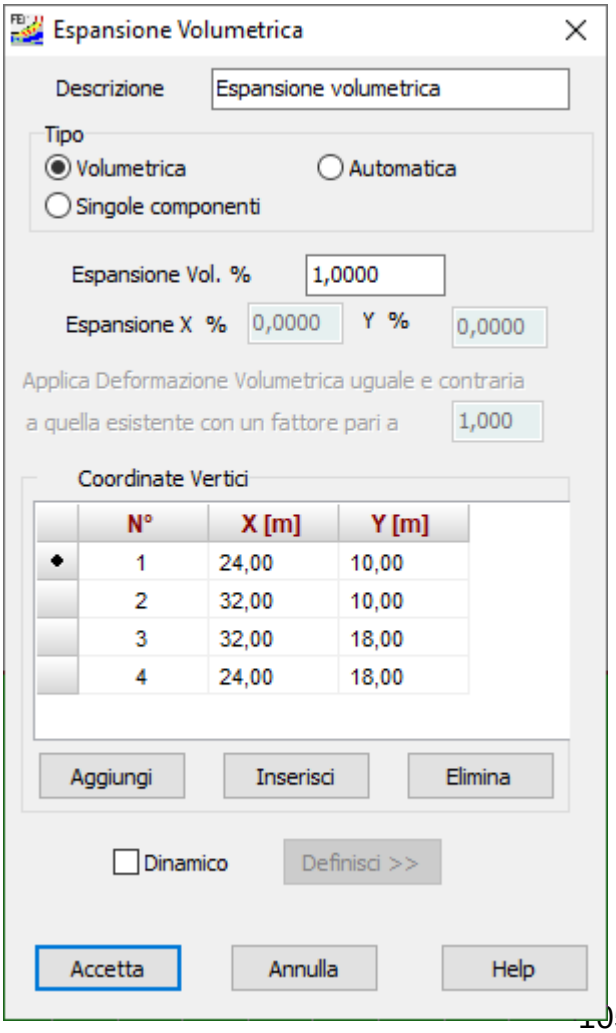
Se al carico si attribuisce la proprietà **inerziale**, nelle fasi dinamiche gli effetti del sisma si ripercuotono anche sul carico.

8.4 *Elenco espansioni volumetriche*

Nella finestra viene riportato l'elenco delle espansioni volumetriche definite. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- la descrizione;
- l'area del poligono che la descrive, espressa in [$L2^2$];
- la percentuale di espansione, espressa in [%].

8.4.1 Definizione espansione volumetrica



L'espansione volumetrica è un particolare tipo di carico definito in generale su un'area all'interno del dominio. E' assimilabile come effetti ad una variazione termica.

I dati da impostare per definire una espansione volumetrica sono:

- Tipo; possiamo definire una espansione volumetrica, oppure una espansione nelle direzioni X e Y, oppure automatica;
- la descrizione;
- la percentuale di espansione volumetrica, espressa in [%];

- la percentuale in direzione X e/o Y se si è scelto il tipo ‘Singole componenti’
- le coordinate del poligono che ne definiscono la geometria, espresse in [L1].

Qualora sia stato impostato il tipo ‘Automatica’ il programma applica nella fase dove l’espansione volumetrica viene inserita una deformazione uguale e contraria a quella presente nel modello. In tal caso, alla deformazione presente può essere applicato un moltiplicatore definibile nell’apposito campo di input.

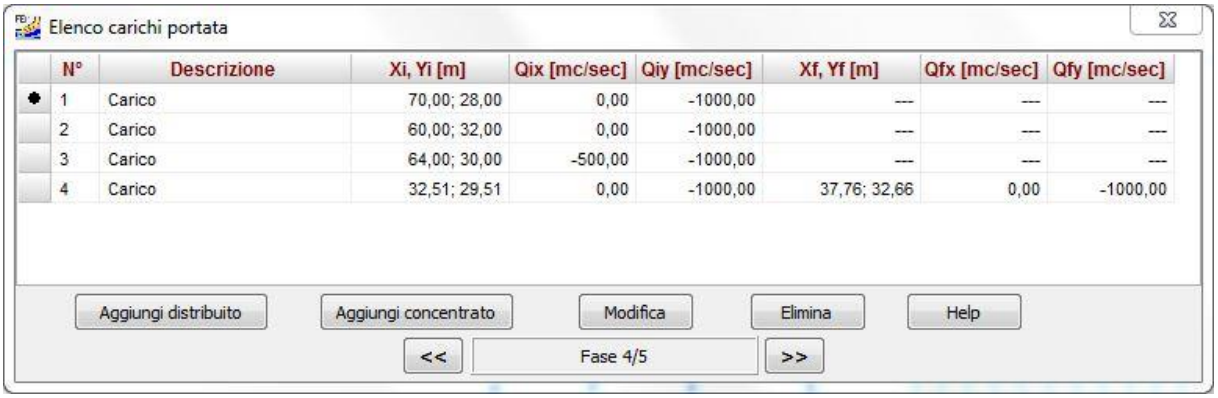
Ricordiamo che una variazione volumetrica è positiva se è una espansione (aumento di volume) e negativa se è una contrazione (diminuzione di volume).

8.5 Elenco carichi di portata (idraulica)

Nelle fasi di Filtrazione il carico è rappresentato da portate idrauliche entranti o uscenti dal dominio.

Nella finestra viene riportato l’elenco dei carichi di portata definiti. Nella tabella di visualizzazione sono riportati:

- la descrizione;
- la posizione, espressa in [L1];
- la portata in direzione, espressa in [mc/sec].



N°	Descrizione	Xi, Yi [m]	Qix [mc/sec]	Qiy [mc/sec]	Xf, Yf [m]	Qfx [mc/sec]	Qfy [mc/sec]
1	Carico	70,00; 28,00	0,00	-1000,00	---	---	---
2	Carico	60,00; 32,00	0,00	-1000,00	---	---	---
3	Carico	64,00; 30,00	-500,00	-1000,00	---	---	---
4	Carico	32,51; 29,51	0,00	-1000,00	37,76; 32,66	0,00	-1000,00

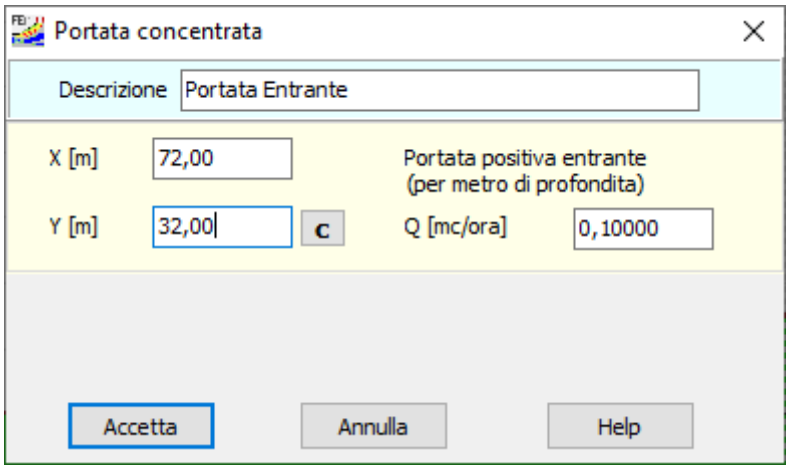
8.5.1 Definizione carico di portata concentrata

I dati da impostare per definire una portata concentrata sono:

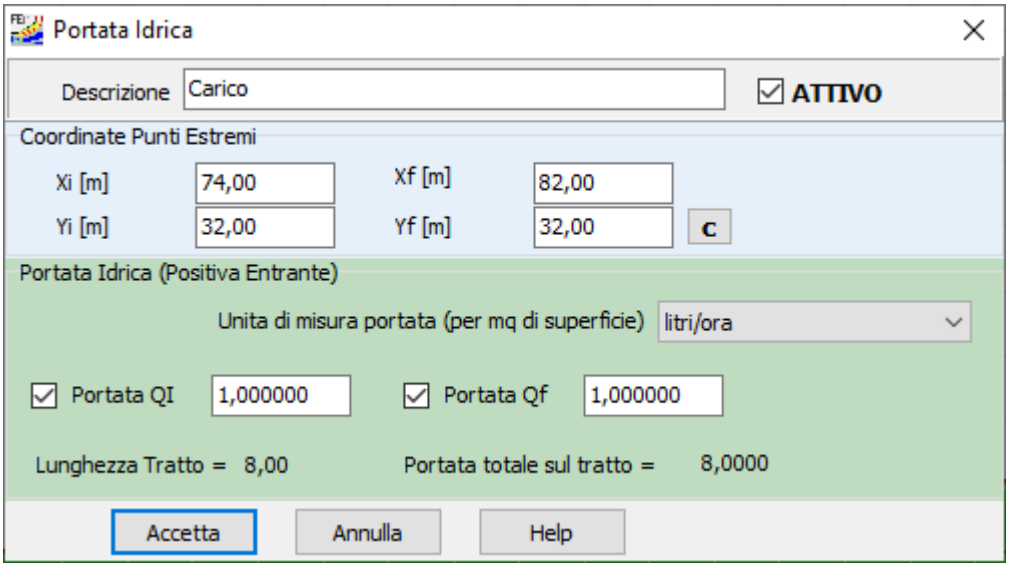
- la descrizione;
- la posizione, espressa in [L1];

la portata espressa in mc/ora **positiva se entrante** nel dominio negativa se uscente

.



8.5.2 Definizione carico di portata distribuita



I dati da impostare per definire una portata distribuita sono:

- la descrizione;
- la posizione dei punti iniziale(I) e finale(J), espressa in [L1];
- unità di misura desiderata per definire la portata;
- valore della portata in corrispondenza del punto I e del punto J

La portata si intende **positiva se entrante** nel dominio.

Il check **ATTIVO** consente di attivare o disattivare la portata. Se Non Attivo la portata non verrà considerata nel processo di analisi.

8.6 *Definizione di carico dinamico*

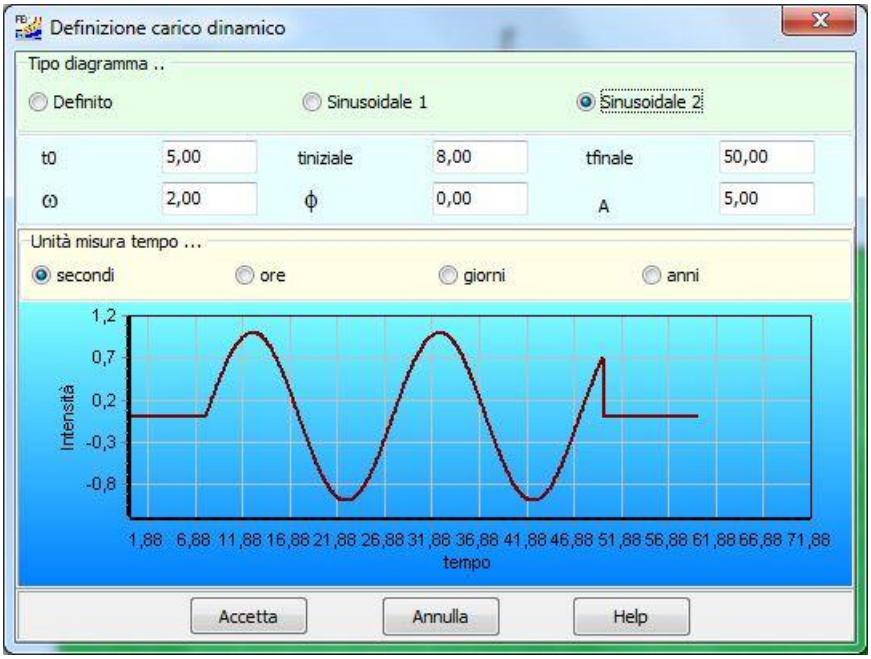
I carichi applicati nel modello possono avere l'attributo 'Dinamico'. I carichi dinamici possono essere utilizzati nelle fasi definite con tipo analisi 'Dinamica' (vedi 6.7.4).

Il carico viene definito mediante una funzione Tempo-Intensità.

E' possibile accedere alla finestra **Definizione carico dinamico** cliccando sul pulsante Definisci delle finestre **Definizione carico concentrato**, **Definizione carico di linea** e **Definizione carico di volume** e **Definizione Espansione Volumetrica**.

Il carico dinamico può essere di forma *Definita* dall'Utente o di forma parametrizzata *Sinusoidale*.

Se si sceglie come diagramma quello Definito dall'Utente è possibile descrivere la forma indicando l'intensità del carico al variare del tempo. Tale intensità è un valore adimensionale che moltiplica il valore del carico precedentemente definito.



Se si sceglie come diagramma quello Sinusoidale è possibile definire i parametri che ne descrivono la forma:

- t_0, tempo in cui si raggiunge il carico unitario;
- $t_{iniziale}$, tempo di inizio oscillazione;
- t_{finale}, tempo di fine oscillazione;
- ω, frequenza di oscillazione;
- ϕ, fase;
- **A**, ampiezza di oscillazione.

Quando il diagramma è di tipo sinusoidale gli andamenti possibili sono di due tipi:

- **Sinusoidale 1**: prevede che il carico venga applicato in un determinato intervallo di tempo (0 - t_0), che questo possa mantenersi costante fino ad un tempo in cui inizia ad oscillare ($t_{iniziale}$) e termini l'oscillazione a t_{finale}, l'ampiezza di oscillazione può essere maggiore di 1.0.
- **Sinusoidale 2**: prevede che il carico possa oscillare a partire da un tempo iniziale (t_0) e termini l'oscillazione a t_{finale} , con un'ampiezza unitaria (carico che oscilla tra –X e +X).

Il tempo è espresso nell'unità di misura scelta nel pannello apposito, a scelta tra secondi, ore, giorni e anni.

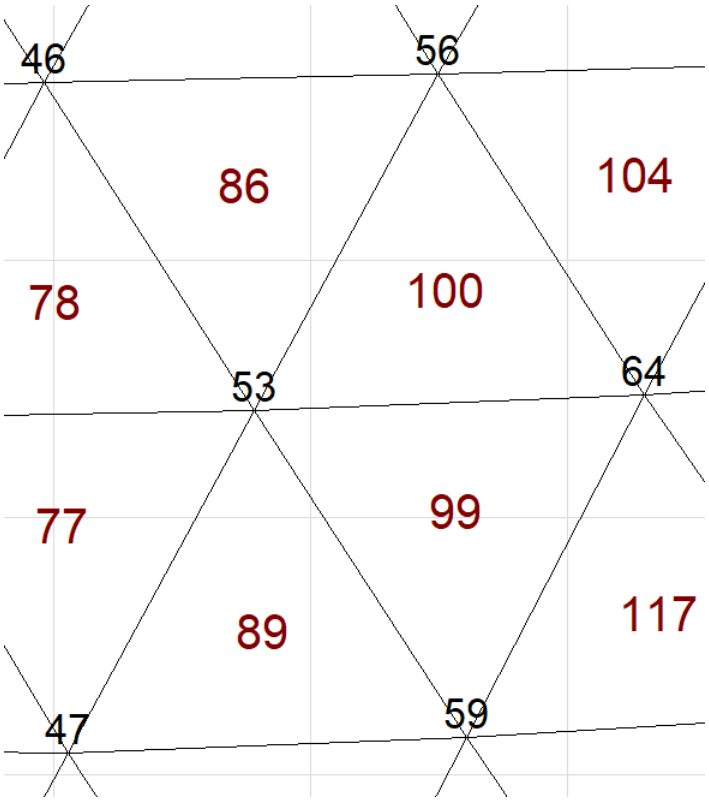
9 Menu Modello

Una volta definita la geometria del problema, le caratteristiche dei materiali, i carichi e tutti gli altri oggetti presenti fase per fase occorre procedere alla generazione del modello. In un software ad Elementi Finiti (FEM) il modello è costituito da una mesh di **elementi** connessi tra di loro in corrispondenza dei **nodi**.

I nodi sono definiti tramite una posizione nello spazio (coordinate nodali X e Y) e da una condizione di vincolo (spostamento libero o vincolato in una o più direzioni).

Inoltre, in un nodo possiamo avere un carico concentrato definito mediante le componenti X e Y.

Gli elementi sono poligoni semplici (triangoli o quadrilateri) definiti tramite i nodi e caratterizzate da proprietà materiali quali rigidezza e resistenza.



Nella figura a lato l'elemento triangolare **100** è definito dai nodi 53,64,56

mentre l'elemento **99** è definito dai nodi 53,59,64

In questo menu sono presenti i comandi per la generazione del modello e per la scelta delle opzioni relative alla sua generazione.

Attraverso la voce di menu *Check Dati* **AZTEC FEM GT** effettua l'operazione di check dei dati inseriti, e nel caso in cui vengano rilevate anomalie o incongruenze, le stesse vengono segnalate attraverso un sistema di messaggi avanzato, che permette in maniera rapida e intuitiva di risolvere i problemi riscontrati.

Attraverso le voci di menu **Genera modello** e **Azzera modello** è possibile rispettivamente creare e cancellare il modello di calcolo (mesh).

9.1 Check Dati

Tramite la voce Check Dati vengono richiamate una serie di funzioni di controllo che segnalano eventuali anomalie che possono inficiare la corretta generazione del modello.

In genere non è necessario invocare direttamente questa funzione. **Aztec FEM** in automatico richiama la funzione Check Dati quando viene richiesta la generazione del modello.

Alcuni dei controlli eseguiti sono elencati di seguito.

Assenza di vincoli in una o più fasi.

La presenza di vincoli è necessaria per la soluzione di qualsiasi problema di equilibrio (altrimenti il sistema è labile). Nell'Input Grafico è possibile definire in automatico i vincoli di frontiera (Oggetto *Linea di Vincolo*, Azione ***G****enera*).

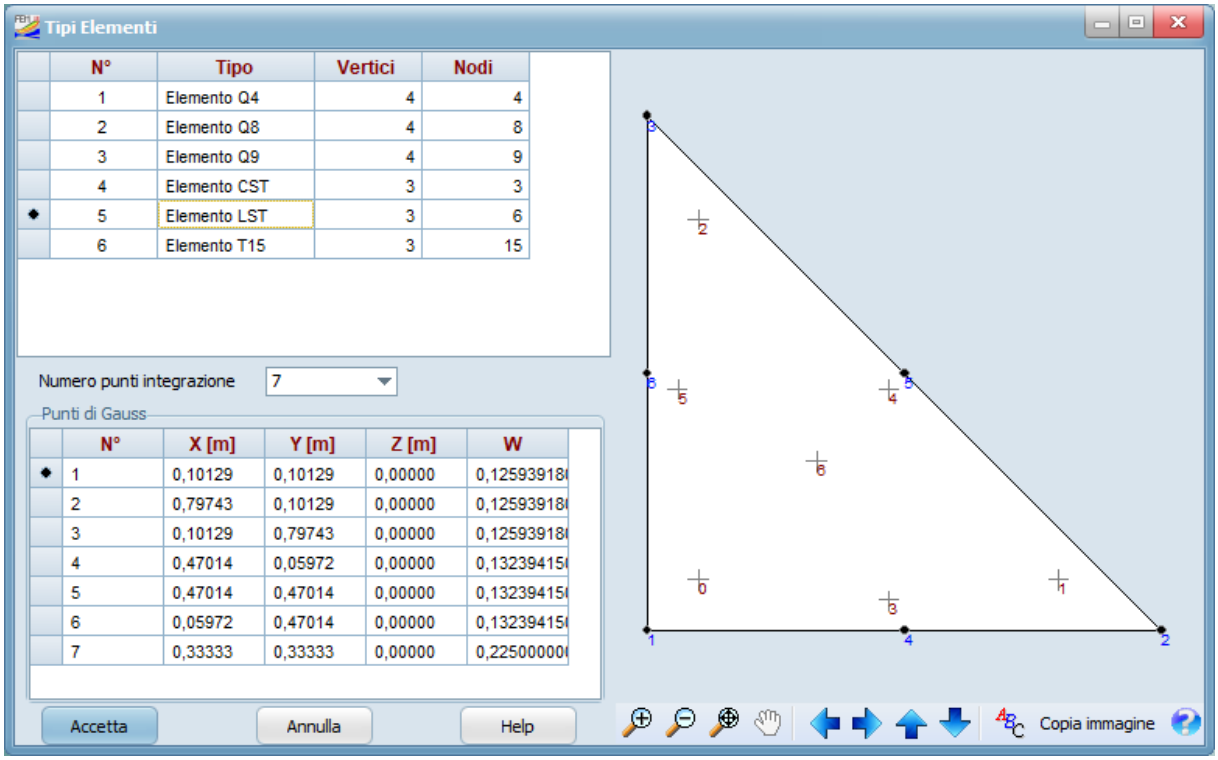
E' stata definita una o più fasi con Tipo Analisi '*Riduzione Parametri*' ma per nessun terreno è stato attivato il check di riduzione per l'angolo di attrito ϕ o per la coesione *c*.

Oppure tutti i terreni sono stati definiti con comportamento **Elastico**. In entrambi i casi l'analisi non può essere effettuata.

Altri controlli vengono effettuati prima dell'avvio dell'analisi.

9.2 Tipologia elementi

Attraverso la voce di menu **Tipi elementi** è possibile visualizzare i tipi di elementi implementati nel software.



Per ogni elemento vengono riportate alcune caratteristiche che lo contraddistinguono: numero di vertici (tre vertici elemento triangolare, quattro vertici elemento quadrangolare) e numero di nodi, il numero di punti di integrazione (punti di Gauss) e per ognuno di questi le posizioni in coordinate locali dell'elemento ed il peso w.

E' possibile modificare il numero punti di integrazione.

Gli elementi disponibili in **Aztec FEM** sono i seguenti

Elemento Q4 Elemento quadrangolare con 4 nodi

Elemento Q8 Elemento quadrangolare con 8 nodi (4 nodi di vertice e 4 nodi di lato)

Elemento Q9 Elemento quadrangolare con 9 nodi (4 nodi di vertice, 4 nodi di lato ed 1 nodo al centro dell'elemento)

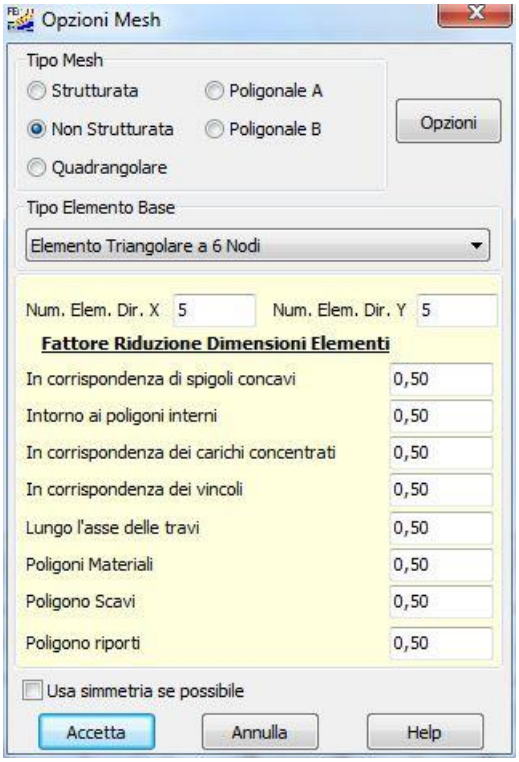
Elemento CST Elemento triangolare con 3 nodi disposti nei vertici (**C**onstant **S**train **T**riangle)

Elemento LST Elemento triangolare con 6 nodi (3 nodi di vertice e 3 nodi di lato) (**L**inear **S**train **T**riangle)

Elemento T15 Elemento triangolare con 15 nodi (3 nodi di vertice, 9 nodi di lato 3 nodi interni)

I dettagli dei vari elementi verranno illustrati nel capitolo dedicato alla Modellazione.

9.3 Opzioni generazione modello



E' possibile accedere alla finestra **Opzioni generazione modello** cliccando sull'omonima voce del **menu Modello**. Attraverso questa finestra è possibile impostare le opzioni di generazione della mesh.

In particolare, è possibile scegliere:

Tipo di mesh, a scelta tra Strutturata, Non strutturata, Quadrangolare, Poligonale A e Poligonale B.

Il **tipo di elemento base**, a scelta tra gli elementi menzionati nel paragrafo precedente.

Il **numero di elementi in direzione X e Y**, ed una serie di fattori che consentono di ridurre le dimensioni degli elementi.

Il check **Usa simmetria se possibile** consente di generare la mesh in modo simmetrico se ci sono le condizioni per poterlo fare (simmetria rispetto all'asse verticale Y).

9.4 Opzioni Modello

E' possibile accedere alla finestra **Opzioni modello** cliccando sull'omonima voce del **menu Modello**.

9.4.1 Calcolo Tensioni Nodali. Rientro Valori Nodali.

Nel Metodo degli Elementi Finiti i risultati in termini di deformazioni e tensioni sono determinati nei punti di integrazione (punti di Gauss) di ciascun elemento. Dai valori nei punti di Gauss delle tensioni tramite operazione di differenziazione e integrazione ricaviamo i valori delle forze nodali nei nodi della mesh che devono equilibrare i carichi applicati. A valle dell'analisi sono noti quindi i valori delle tensioni nei punti di Gauss. Volendo ricavare le tensioni nei nodi, a partire dai valori nei punti di Gauss in ciascun elemento, dobbiamo procedere per estrapolazione e successiva operazione di media nei nodi.

Aztec FEM mette a disposizione quattro metodi per ricavare il valore delle tensioni nodali.
Per i dettagli si rimanda al capitolo dedicato.

9.4.2 Elementi Trave

Aztec FEM utilizza elementi trave con 2 o 3 nodi. Vengono usati di default gli elementi trave con 2 nodi per le mesh composte da elementi semplici (triangolare a 3 nodi e quadrangolare a 4 nodi) ed elementi trave con 3 nodi per gli elementi di ordine superiore (triangolare a 6 nodi, quadrangolare con 8 o 9 nodi).
Attivando l'opzione

Usa sempre elementi trave a 2 nodi

anche nel caso di mesh costituita da elementi di ordine superiore si utilizzeranno elementi trave con 2 nodi.

In questa sezione è possibile attivare l'opzione di *trave con deformabilità tagliante* (Timoshenko).

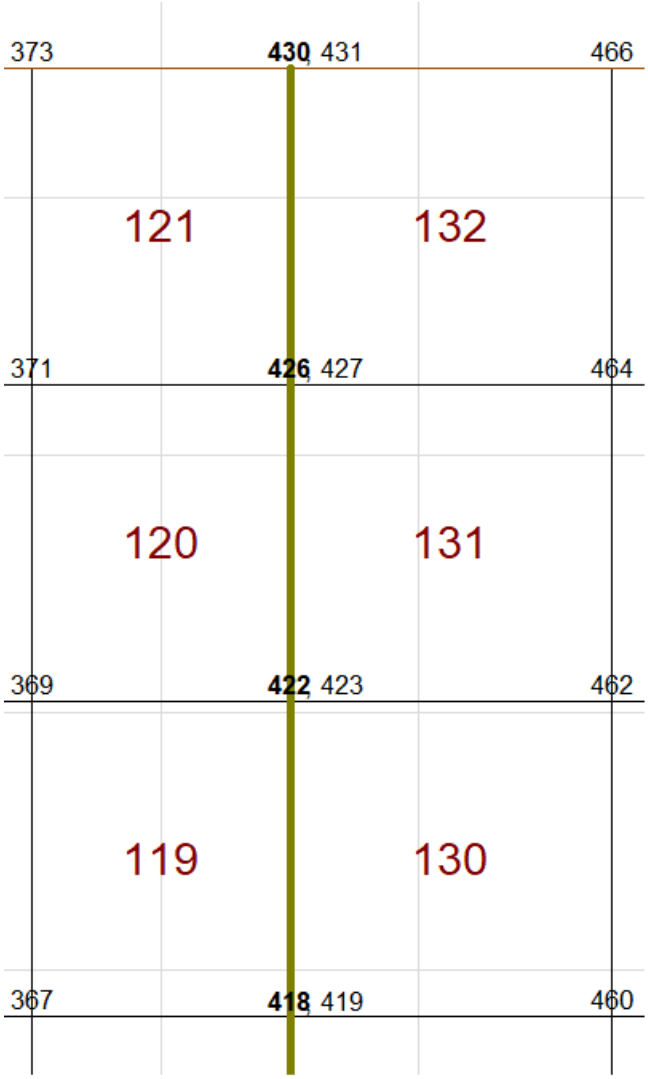
9.4.3 Elementi Interfaccia

In **Aztec FEM** è possibile utilizzare due tipi di interfacce.

- Molle
- Elementi Slip

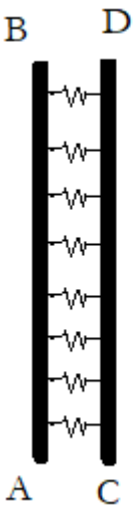
Quando inseriamo un oggetto linea di interfaccia, nella generazione del modello verranno generati una serie di nodi doppi giacenti sulla linea.
Nel caso di elementi Molle il collegamenti tra i nodi a sinistra ed a destra sono collegamenti discreti (abbiamo una molla per ogni coppia di nodi) mentre nel caso di

elementi Slip il collegamento è da intendersi continuo tra gli elementi adiacenti alla linea di interfaccia.



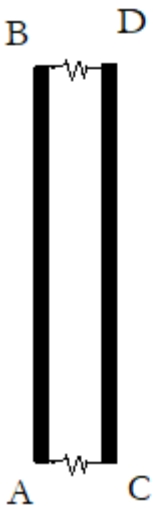
Gli Elementi 121 e 132, fisicamente adiacenti, concorrono in nodi diversi. Il nodo 430 e 426 possono avere spostamenti diversi dai nodi 'collegati' 431 e 427.
Quando si inserisce una interfaccia i nodi disposti su segmento sono tutti nodi doppi indipendenti.

I nodi a sinistra sono 418, 422,426, 430.
Mentre i nodi a destra sono 419 423,427,431.
Inizialmente i nodi doppi hanno stesse coordinate



Elemento Interfaccia Slip. Sono indicate solo le molle normali

Le molle sono distribuite lungo la superficie di contatto degli elementi



Interfaccia a molle
Le molle collegano solo i nodi di estremità

Sono indicate solo le molle normali

9.4.4 Per analisi non drenata usa elementi ordine più basso per le pressioni neutre

Questa impostazione ha influenza quando in presenza di pressioni neutre in una fase abbiamo impostato la modalità di analisi come 'Analisi Non Drenata con Parametri Efficaci' (vedi Analisi NON DRENATA con parametri efficaci)

In presenza di fluido interstiziale il comportamento del materiale (inteso come scheletro solido + fluido interstiziale) si avvicina al limite della incompressibilità. Questo, in alcuni casi, rende il processo di convergenza numerica estremamente difficile. Uno dei modi per alleviare il problema è quello di usare per l'interpolazione delle pressioni neutre dei polinomi di ordine più basso rispetto a quelli usati per l'interpolazione degli spostamenti.

Se usiamo, per gli spostamenti, un elemento quadrangolare a 8/9 nodi (interpolazione quadratica degli spostamenti) possiamo usare per le pressioni l'elemento quadrangolare a 4 nodi (interpolazione bi-lineare delle pressioni neutre)

Se usiamo, per gli spostamenti, un elemento triangolare a 6 nodi (interpolazione quadratica degli spostamenti) possiamo usare per le pressioni l'elemento triangolare a 3 nodi (interpolazione lineare delle pressioni neutre).

9.5 Informazioni Modello

E' possibile accedere alla finestra **Informazioni Modello** cliccando sull'omonima voce del **menu Modello**.

La tabella riporta le seguenti informazioni:

Numero nodi;

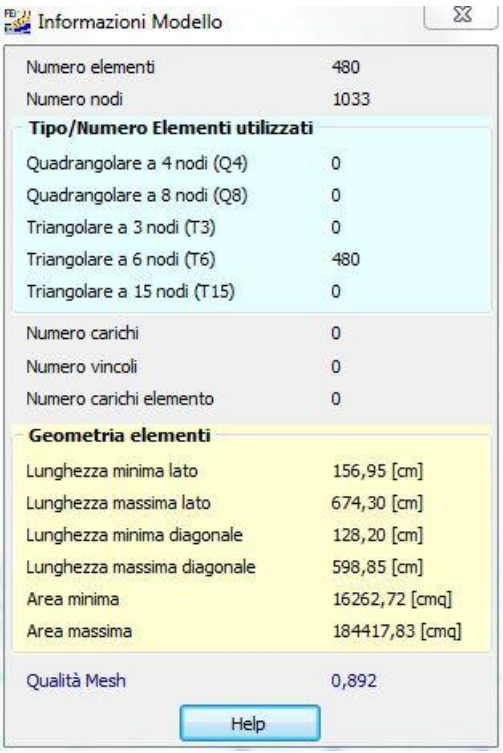
Numero elementi;

Il tipo e il numero di elementi usati;

Numero di carichi, vincoli, carichi elemento;

Alcune caratteristiche geometriche degli elementi del modello (lunghezza massime e minima del lato, lunghezza massime e minima delle diagonali, area massima e minima);

Qualità della mesh(valore compreso tra 0 e 1).



10 Menu Analisi

Dal **menu Analisi** è possibile:

Avviare l'analisi (è possibile farlo anche utilizzando la combinazione di tasti Ctrl+A);

Settare le Opzioni di analisi;

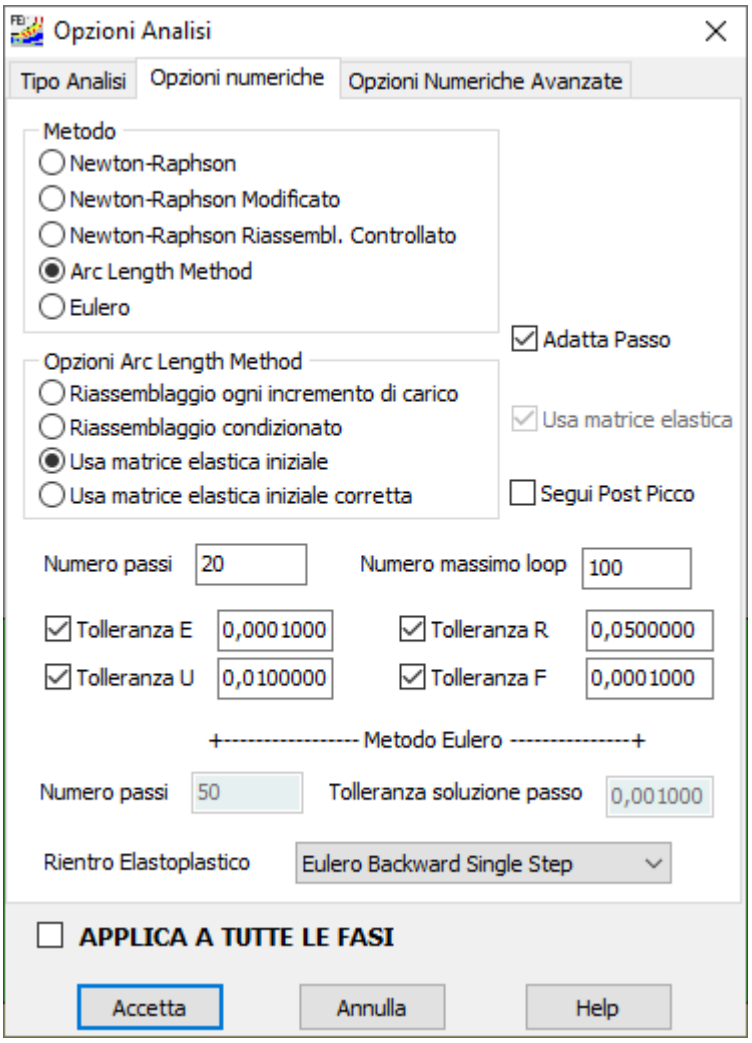
Settare le Opzioni di analisi dinamica;

Gestire gli Accelerogrammi nel caso di analisi dinamica;

Azzerare l'analisi (è possibile farlo anche utilizzando la combinazione di tasti Ctrl+Z).

10.1 Opzioni analisi

Tramite la voce di menu *Opzioni analisi* è possibile accedere alla finestra riportata in figura, nella quale è possibile selezionare le opzioni che vengono utilizzate nell'analisi.



Metodo:

- Newton-Raphson
- Newton-Raphson Modificato
- Newton-Raphson Riassemblaggio Controllato
- Arc Length Method
- Eulero

Opzioni Arc Length Method

Riassemblaggio ogni incremento di carico

Riassemblaggio condizionato

Usa matrice elastica iniziale

Usa matrice elastica iniziale corretta

Adatta Passo. Il passo di carico non viene mantenuto costante ma viene modificato in funzione della velocità di convergenza nel passo precedente.

Usa Matrice Elastica. Attivando questa opzione il solutore utilizzerà per tutto il processo di analisi della fase la matrice elastica iniziale. La matrice del sistema risolutivo non viene aggiornata.

Segui Post Picco. Questa opzione valida nel caso in cui si sia impostato il metodo Arc Length consente di seguire il comportamento del modello anche in condizioni post picco quando esistono materiali con comportamento tipo softening.

Incrementi, Iterazioni e Tolleranze

Il metodo di Newton-Raphson ed il metodo dell'arco di curva (Arc Length Method) sono metodi incrementali-iterativi.

In tali metodi il carico applicato, ***P***, viene suddiviso in un determinato numero di incrementi (numero passi). Quando viene applicato l'incremento di carico, **ΔP**, il sistema risponde con un incremento di spostamenti a cui è associata la reazione del sistema, ***S***. Se il sistema è elastico lineare l'incremento di carico risulta perfettamente equilibrato dalla reazione del sistema (***P*** = ***S***). Se i materiali non hanno comportamento elastico (caso del terreno) la reazione non equilibrerà il carico applicato. Occorre allora procedere per iterazioni (loop) per tentare di ottenere l'equilibrio del sistema correggendo iterativamente la soluzione sugli spostamenti.

L'equilibrio si intenderà raggiunto quando la norma della differenza tra carico e reazione risulterà inferiore ad una prefissata tolleranza

$$|P - S| < Tolleranza$$

Numero Passi. Numero incrementi in cui viene suddiviso il carico applicato nella fase (default 20).

Numero Massimo Loop(iterazioni). Numero massimo di iterazioni per ottenere l'equilibrio, secondo la tolleranza prefissata, in ogni incremento di carico. Se l'equilibrio non viene raggiunto nel numero massimo di iterazioni la soluzione del passo non è considerata valida. In tal caso il software provvede a diminuire il passo (incremento) di carico.

Tolleranze

Tolleranza E su Energia

Tolleranza U su soluzione spostamenti

Tolleranza R su residuo

Tolleranza F su carico totale

Rientro Elastoplastico

Eulero Backward Single Step

Eulero Backward

Eulero Forward con Substep

APPLICA A TUTTE LE FASI

Tramite questo check è possibile sovrascrivere le Opzioni di Analisi di tutte le fasi. Ha effetto se per una o più fasi era stata impostata Opzioni Analisi Della Fase.

Se non specificato diversamente in qualcuna delle fasi le Opzioni Analisi definite nella finestra sono valide per tutte le fasi.

10.2 Opzioni analisi dinamica

Nella finestra **Opzioni analisi dinamica** è possibile selezionare il metodo di integrazione da utilizzare per l'analisi dinamica al passo.

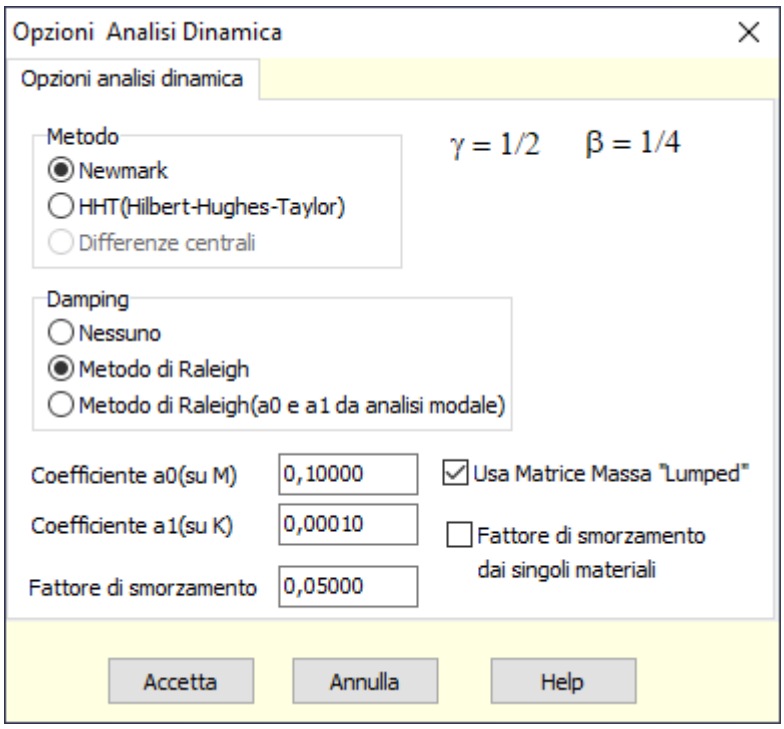
Il programma implementa i seguenti schemi di integrazione:

Newmark;

Hilbert-Hughes-Taylor (HHT)

Differenze centrali. (non attivo)

Per maggiori dettagli fare riferimento al *Manuale Teorico*.



Damping (Smorzamento)

La costruzione della matrice di smorzamento, **C**, nel sistema di equilibrio dinamico viene determinata mediante il metodo di Raleigh come combinazione lineare della matrice di rigidezza **K** e matrice delle masse **M** secondo la relazione

$$\mathbf{C} = a_0\,\mathbf{M} + a_1\,\mathbf{K}$$

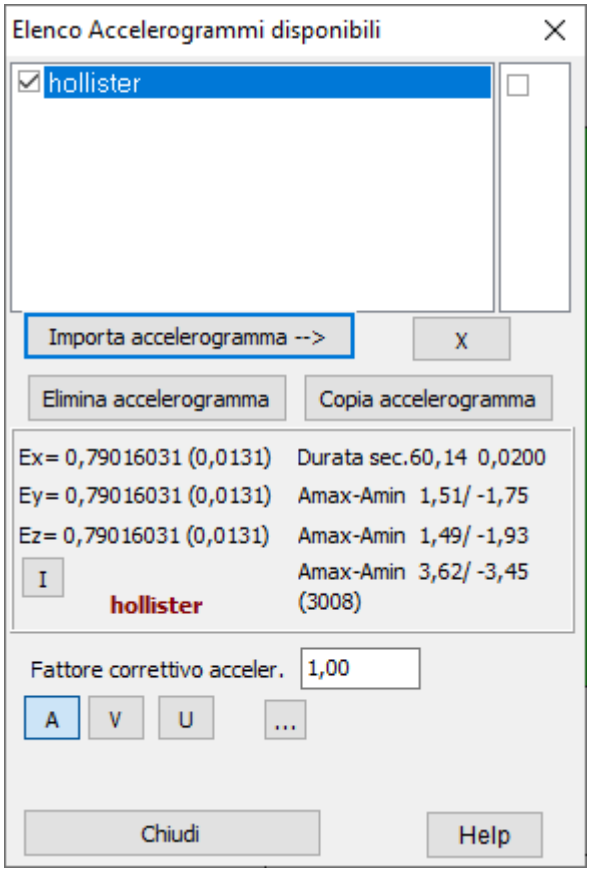
I coefficienti a_0 ed a_1 possono essere definiti dall'Utente oppure possono essere determinati tramite l'analisi modale (in tal caso occorre impostare il Fattore di Smorzamento).
Il fattore di smorzamento può essere definito come un unico valore (in questa finestra) oppure, in modo più realistico, può essere definito per ogni materiale (nella finestra Definizione Materiale – Parametri di Deformabilità).
Se si vuole utilizzare il fattore di smorzamento definito nel materiale occorre attivare il check

☐ ***Fattore di smorzamento dai singoli materiali***

Ricordiamo che l'uso dello smorzamento consente di ottenere una soluzione più realistica. Inoltre, è fondamentale per ottenere la soluzione stazionaria di lungo termine.
Aztec FEM utilizza per l'analisi modale il metodo di Lanczos.

Usa Matrice Masse Lumped
Attivando questa opzione il solutore utilizzare la matrice delle masse diagonale invece della matrice delle masse 'teorica'. Utilizzando la matrice diagonale(lumped) la velocità di convergenza risulta migliore.

10.3 Gestione accelerogrammi



Quando una fase viene impostata come '***Dinamica***' il carico agente può essere o un carico dinamico oppure un accelerogramma.

In **AZTEC FEM GT** gli accelerogrammi possono essere caricati da file di testo.

Il formato di un accelerogramma (in formato testo) prevede che la prima colonna sia la colonna del tempo (espresso in secondi).

Possono essere presenti da 1 a 3 valori di accelerazione (X, Y, Z).

Se i valori di accelerazione per ogni riga sono 3 vengono letti tre valori di accelerazione (x, y,z). Se l'accelerogramma contiene un solo valore di accelerazione il programma chiedere se tale valore si riferisce alla direzione X o alla direzione Y.

L'Utente deve conoscere l'unità di misura con cui l'accelerazione è stata definita (cm/sec^2, metri/sec^2, etc) e lo comunica al programma all'avvio dell'importazione.

L'accelerogramma selezionato viene visualizzato graficamente.

Se si sono caricati accelerogrammi diversi per ogni componente ma li vogliamo utilizzare contemporaneamente possiamo unire due accelerogrammi.

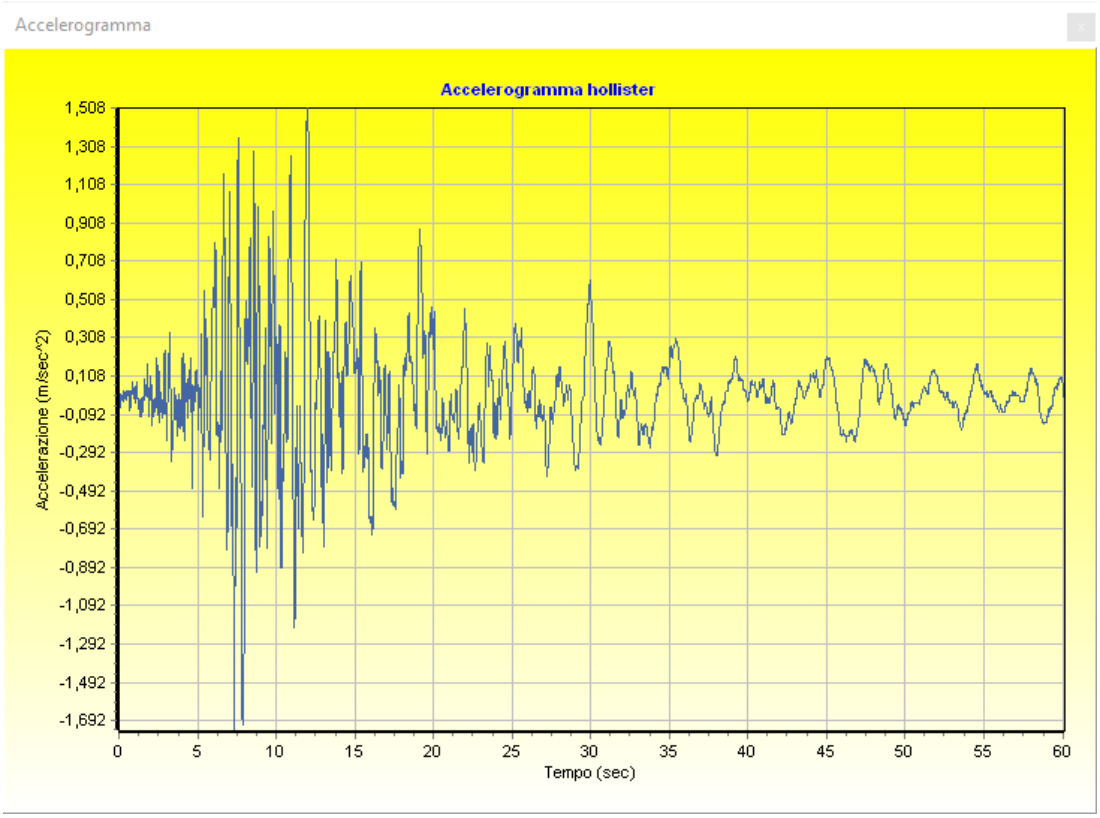
Per Unire due accelerogrammi occorre

portarsi sul primo accelerogramma da unire e premere il tasto destro del mouse; dal menu popup scegliere la voce **Unisci Accelerogrammi**

portarsi sul secondo accelerogramma e premere il tasto destro del mouse; dal menu popup scegliere la voce **Seleziona Secondo Accelerogramma**

Verrà creato un nuovo accelerogramma che contiene la somma degli accelerogrammi selezionati.

Inoltre, nella finestra vengono visualizzate la durata (in secondi) e le accelerazioni minime e massime per ogni componente.



È possibile applicate ai valori di accelerazione un fattore correttivo per modificare l'ampiezza dell'accelerogramma e poterlo adattare alle nostre particolari esigenze.

Nella finestra venie riportato l'elenco degli accelerogrammi caricati e i grafici di ognuno di essi per ogni direzione.

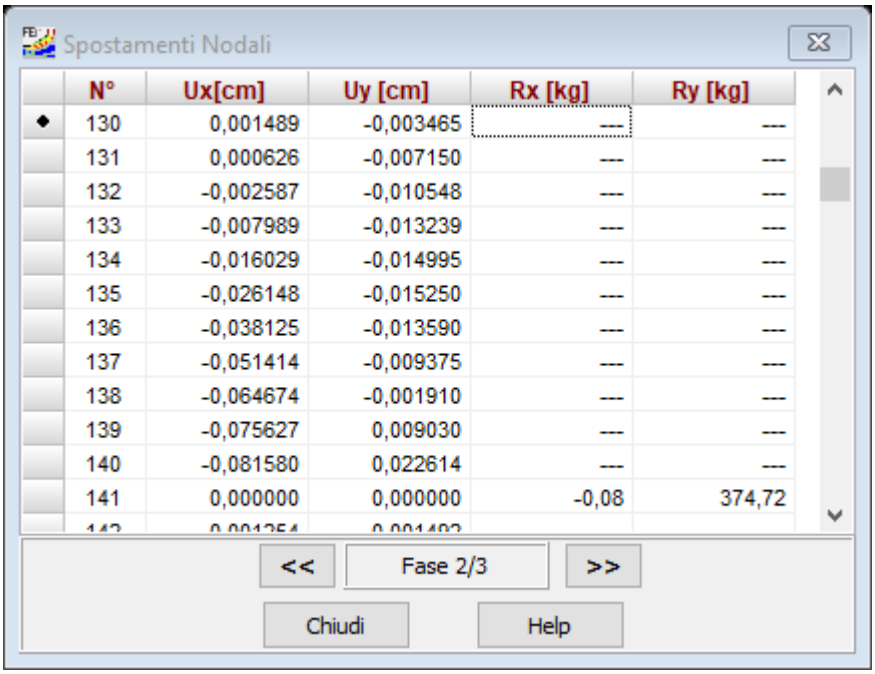
Possiamo avere diverse fasi Dinamiche ognuno con il proprio accelerogramma.

Per eliminare o copiare un accelerogramma presente nell'elenco si agisce sui corrispondenti pulsanti.

11 Menu Risultati

Il menu risultati racchiude tutte le voci che permettono di visualizzare, in forma numerica tabellare, i risultati ottenuti. Il menu è rappresentato in figura e di seguito saranno descritte tutte le voci che in esso sono contenute.

11.1 Spostamenti nodali e reazioni vincolari



N°	Ux[cm]	Uy [cm]	Rx [kg]	Ry [kg]
130	0,001489	-0,003465	---	---
131	0,000626	-0,007150	---	---
132	-0,002587	-0,010548	---	---
133	-0,007989	-0,013239	---	---
134	-0,016029	-0,014995	---	---
135	-0,026148	-0,015250	---	---
136	-0,038125	-0,013590	---	---
137	-0,051414	-0,009375	---	---
138	-0,064674	-0,001910	---	---
139	-0,075627	0,009030	---	---
140	-0,081580	0,022614	---	---
141	0,000000	0,000000	-0,08	374,72

Attraverso la voce di menu **Spostamenti nodali** è possibile visualizzare la finestra che riporta per ogni fase gli spostamenti di ogni nodo. In dettaglio vengono riportate le seguenti quantità:

N°, indice del nodo;

Ux, spostamento in direzione X, espresso in unità [L2];

Uy, spostamento in direzione Y, espresso in unità [L2].

Nelle ultime due colonne sono riportate le reazioni vincolari **Rx** ed **Ry** qualora in corrispondenza del nodo siano stati impostati dei vincoli.

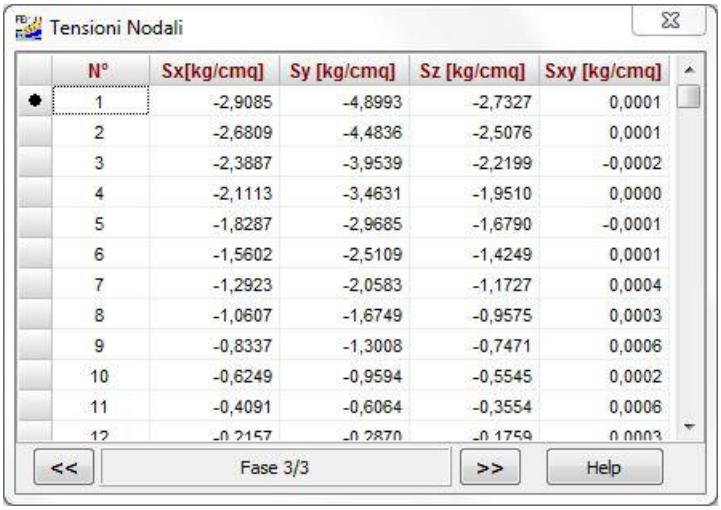
Nella finestra sono riportati i pulsanti per scorrere le fasi analizzate.

11.2 Tensioni nodali

La voce di menu **Tensioni nodali** permette di visualizzare in forma tabellare le tensioni nei nodi della mesh.

Le tensioni di compressione sono negative e quelle di trazioni positive

Ricordiamo che le tensioni nei nodi sono ricavate per estrapolazione dalle tensioni degli elementi incidenti nel nodo. Vedi Opzioni Modello


Tensioni Nodali

N°	Sx[kg/cmq]	Sy [kg/cmq]	Sz [kg/cmq]	Sxy [kg/cmq]
1	-2,9085	-4,8993	-2,7327	0,0001
2	-2,6809	-4,4836	-2,5076	0,0001
3	-2,3887	-3,9539	-2,2199	-0,0002
4	-2,1113	-3,4631	-1,9510	0,0000
5	-1,8287	-2,9685	-1,6790	-0,0001
6	-1,5602	-2,5109	-1,4249	0,0001
7	-1,2923	-2,0583	-1,1727	0,0004
8	-1,0607	-1,6749	-0,9575	0,0003
9	-0,8337	-1,3008	-0,7471	0,0006
10	-0,6249	-0,9594	-0,5545	0,0002
11	-0,4091	-0,6064	-0,3554	0,0006
12	-0,2157	-0,2870	-0,1759	0,0003

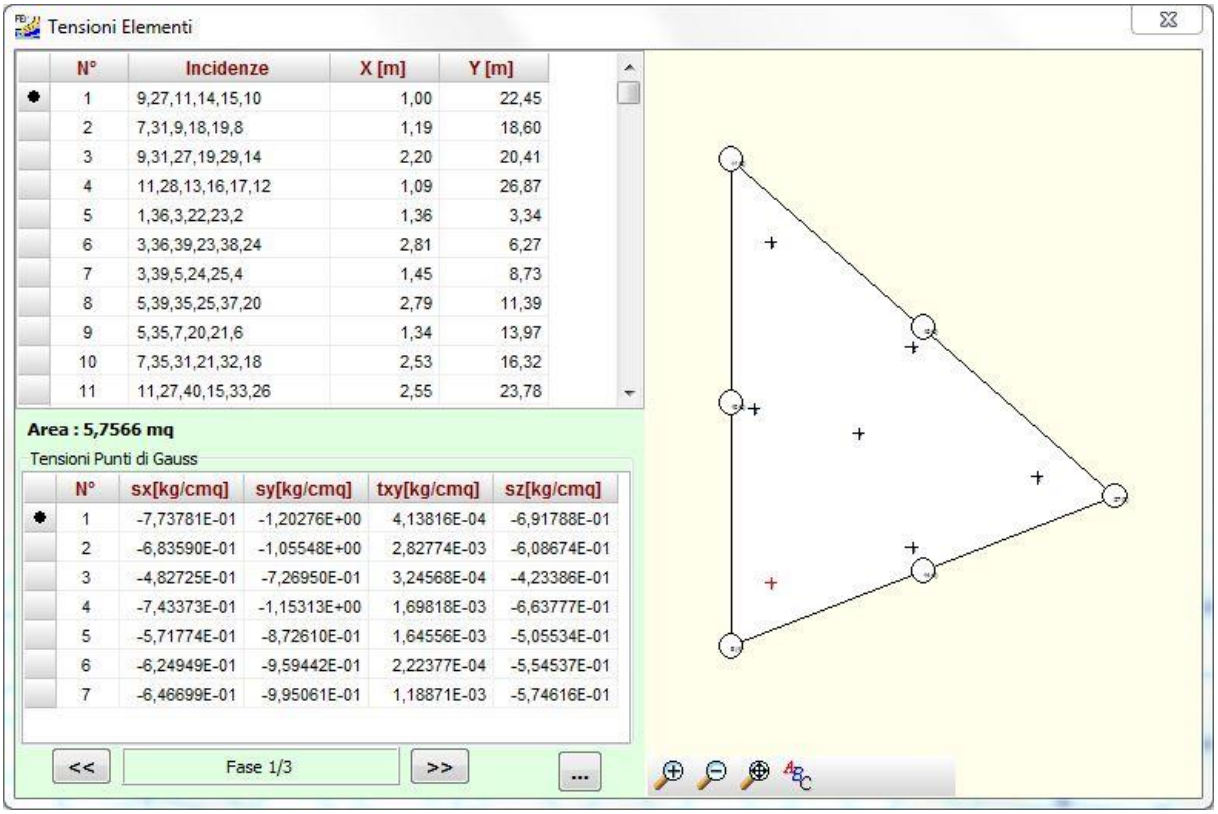
11.3 Tensioni Elementi

Nella finestra viene visualizzato l'elenco degli elementi con le relative incidenze nodali, derivanti dal processo di discretizzazione. Per ogni elemento viene mostrata la rappresentazione grafica con i nodi e i punti di integrazione.

Viene inoltre riportata l'area dell'elemento e le tensioni normali e tangenziali. Cliccando sul pulsante […] è possibile passare dalle tensioni agli incrementi di tensione e viceversa.

Inoltre, nella finestra sono presenti i pulsanti che permettono di scorrere le fasi di calcolo.

Le tensioni di compressione sono negative e quelle di trazioni positive



N°	Incidenze	X [m]	Y [m]
1	9,27,11,14,15,10	1,00	22,45
2	7,31,9,18,19,8	1,19	18,60
3	9,31,27,19,29,14	2,20	20,41
4	11,28,13,16,17,12	1,09	26,87
5	1,36,3,22,23,2	1,36	3,34
6	3,36,39,23,38,24	2,81	6,27
7	3,39,5,24,25,4	1,45	8,73
8	5,39,35,25,37,20	2,79	11,39
9	5,35,7,20,21,6	1,34	13,97
10	7,35,31,21,32,18	2,53	16,32
11	11,27,40,15,33,26	2,55	23,78

N°	sx[kg/cmq]	sy[kg/cmq]	txy[kg/cmq]	sz[kg/cmq]
1	-7,73781E-01	-1,20276E+00	4,13816E-04	-6,91788E-01
2	-6,83590E-01	-1,05548E+00	2,82774E-03	-6,08674E-01
3	-4,82725E-01	-7,26950E-01	3,24568E-04	-4,23386E-01
4	-7,43373E-01	-1,15313E+00	1,69818E-03	-6,63777E-01
5	-5,71774E-01	-8,72610E-01	1,64556E-03	-5,05534E-01
6	-6,24949E-01	-9,59442E-01	2,22377E-04	-5,54537E-01
7	-6,46699E-01	-9,95061E-01	1,18871E-03	-5,74616E-01

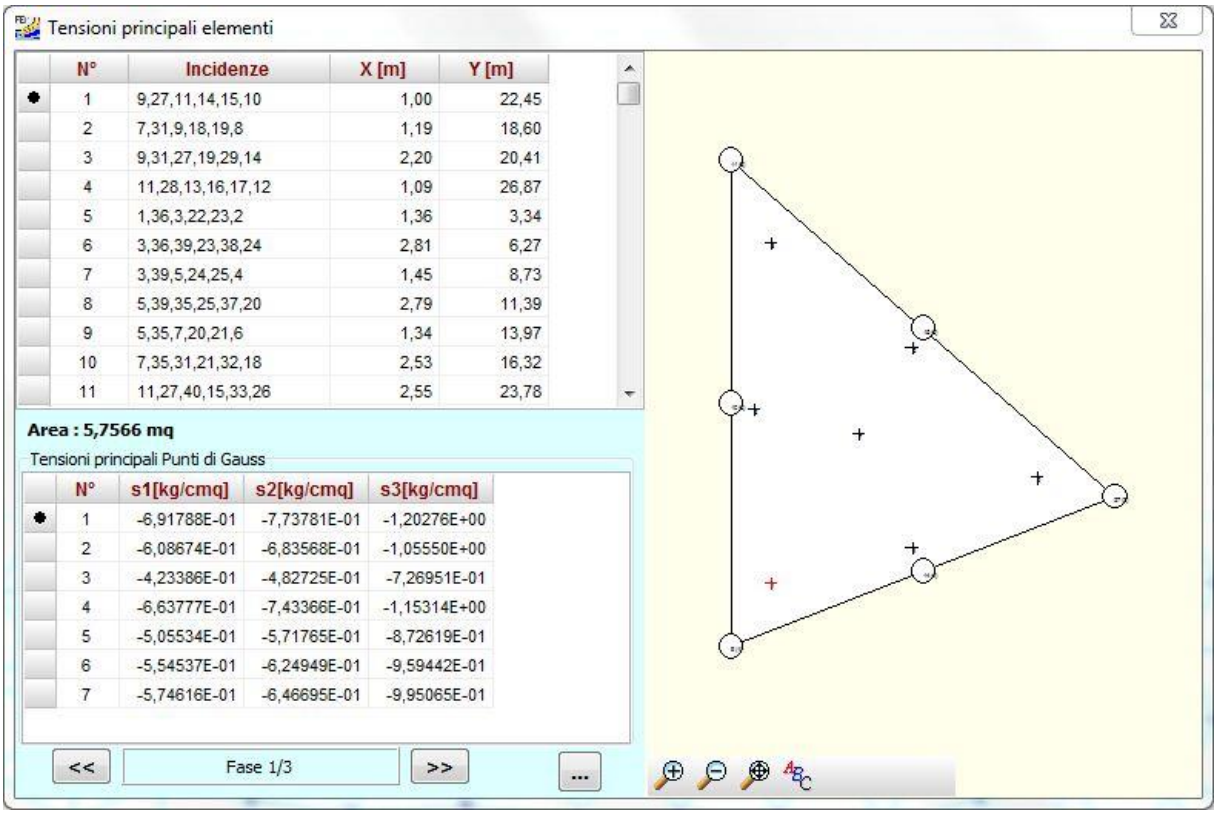
11.4 Tensioni principali

Nella finestra viene visualizzato l'elenco degli elementi con le relative incidenze nodali, derivanti dal processo di discretizzazione. Per ogni elemento viene mostrata la rappresentazione grafica con i nodi e i punti di integrazione.

Viene inoltre riportata l'area dell'elemento e le tensioni principali (σ_1, σ_2 e σ_3).

Inoltre, nella finestra sono presenti i pulsanti che permettono di scorrere le fasi di calcolo.

Le tensioni di compressione sono negative e quelle di trazioni positive



N°	Incidenze	X [m]	Y [m]
1	9,27,11,14,15,10	1,00	22,45
2	7,31,9,18,19,8	1,19	18,60
3	9,31,27,19,29,14	2,20	20,41
4	11,28,13,16,17,12	1,09	26,87
5	1,36,3,22,23,2	1,36	3,34
6	3,36,39,23,38,24	2,81	6,27
7	3,39,5,24,25,4	1,45	8,73
8	5,39,35,25,37,20	2,79	11,39
9	5,35,7,20,21,6	1,34	13,97
10	7,35,31,21,32,18	2,53	16,32
11	11,27,40,15,33,26	2,55	23,78

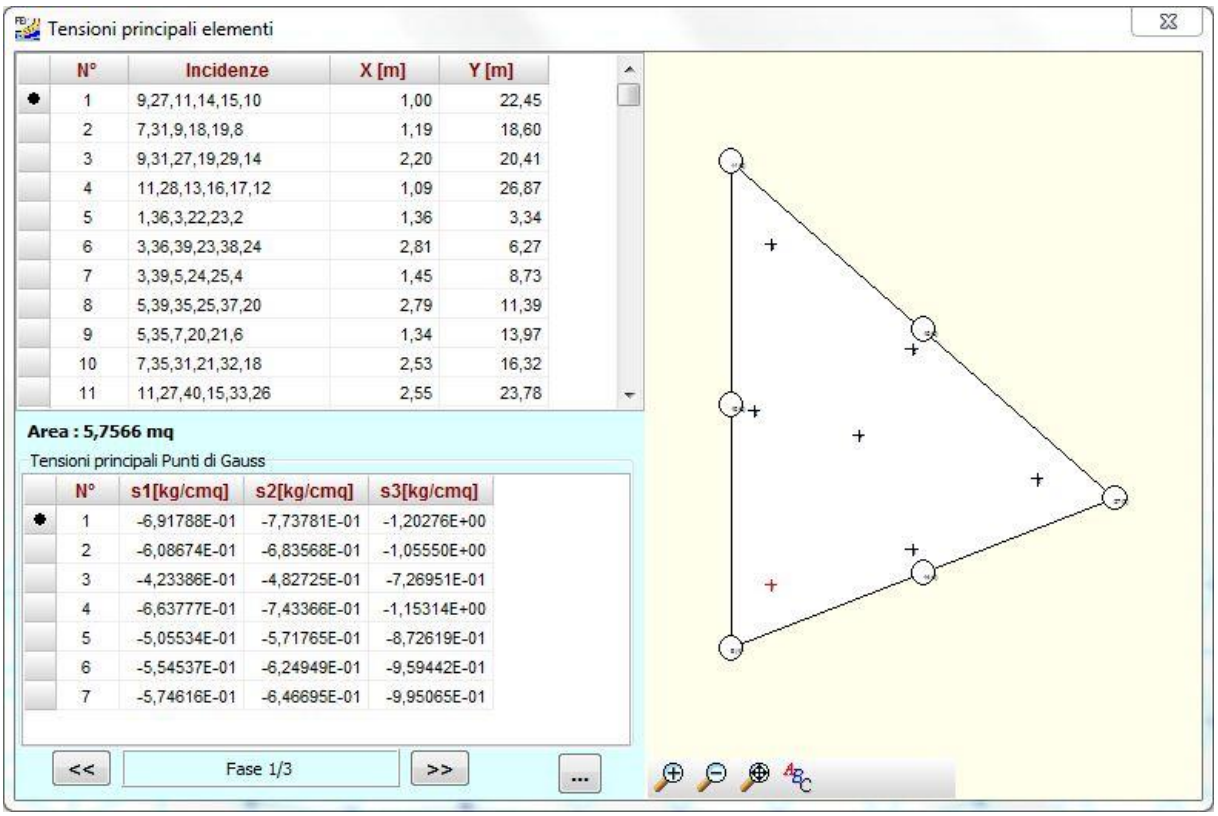
N°	s1[kg/cmq]	s2[kg/cmq]	s3[kg/cmq]
1	-6,91788E-01	-7,73781E-01	-1,20276E+00
2	-6,08674E-01	-6,83568E-01	-1,05550E+00
3	-4,23386E-01	-4,82725E-01	-7,26951E-01
4	-6,63777E-01	-7,43366E-01	-1,15314E+00
5	-5,05534E-01	-5,71765E-01	-8,72619E-01
6	-5,54537E-01	-6,24949E-01	-9,59442E-01
7	-5,74616E-01	-6,46695E-01	-9,95065E-01

11.5 Deformazioni elementi

Nella finestra viene visualizzato l'elenco degli elementi con le relative incidenze nodali, derivanti dal processo di discretizzazione. Per ogni elemento viene mostrata la rappresentazione grafica con i nodi e i punti di integrazione.

Viene inoltre riportata l'area dell'elemento e le deformazioni. Queste vengono riportate su tre pannelli distinti: Deformazioni (ε_x, ε_y ε_z e γ_{xy}), Deformazioni (ε_V, ε_A e ε_D) e Deformazioni plastiche (ε_{Vp}, ε_{Ap} e ε_{Dp}).

Inoltre, nella finestra sono presenti i pulsanti che permettono di scorrere le fasi di calcolo.



N°	Incidenze	X [m]	Y [m]
1	9,27,11,14,15,10	1,00	22,45
2	7,31,9,18,19,8	1,19	18,60
3	9,31,27,19,29,14	2,20	20,41
4	11,28,13,16,17,12	1,09	26,87
5	1,36,3,22,23,2	1,36	3,34
6	3,36,39,23,38,24	2,81	6,27
7	3,39,5,24,25,4	1,45	8,73
8	5,39,35,25,37,20	2,79	11,39
9	5,35,7,20,21,6	1,34	13,97
10	7,35,31,21,32,18	2,53	16,32
11	11,27,40,15,33,26	2,55	23,78

N°	s1[kg/cmq]	s2[kg/cmq]	s3[kg/cmq]
1	-6,91788E-01	-7,73781E-01	-1,20276E+00
2	-6,08674E-01	-6,83568E-01	-1,05550E+00
3	-4,23386E-01	-4,82725E-01	-7,26951E-01
4	-6,63777E-01	-7,43366E-01	-1,15314E+00
5	-5,05534E-01	-5,71765E-01	-8,72619E-01
6	-5,54537E-01	-6,24949E-01	-9,59442E-01
7	-5,74616E-01	-6,46695E-01	-9,95065E-01

12 Menu Grafica

Attraverso i comandi presenti in questo menu è possibile accedere alle tre finestre grafiche del programma:

Input grafico, che consente l'inserimento dei dati;

Grafica mesh, che consente di visualizzare e manipolare il modello di calcolo;

Grafica risultati, che consente la visualizzazione dei risultati.

Alle due finestre si può accedere anche cliccando sui pulsanti omonimi della barra dei comandi principale.

12.1 Funzioni comuni di gestione del disegno delle finestre grafiche

Tutte le finestre grafiche possiedono una barra degli strumenti inferiore che consente la gestione del disegno. Le funzioni comuni verranno descritte in questo capitolo mentre quelle specifiche verranno descritte nei capitoli successivi.

Zoom più, cliccando sul pulsante il disegno viene ingrandito. Si ottiene lo stesso effetto con il tasto [**+**] della tastiera o facendo ruotare la rotellina del mouse in avanti.

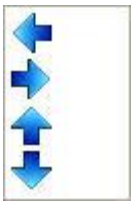
Zoom meno, cliccando sul pulsante il disegno viene ridotto. Si ottiene lo stesso effetto con il tasto [**-**] della tastiera o facendo ruotare la rotellina indietro.

Zoom finestra, cliccando sul pulsante è possibile selezionare una zona del disegno da ingrandire. Per eseguire lo zoom finestra si porta il puntatore del mouse nel primo vertice del rettangolo che definisce l'area da ingrandire e si clicca con il tasto sinistro, si trascina il mouse nel secondo vertice e si rilascia.

Zoom dinamico, cliccando sul pulsante il puntatore del mouse assume la forma di una lente d'ingrandimento. Per eseguire l'operazione di ingrandimento o riduzione basta cliccare con il tasto sinistro del mouse nella finestra grafica e mantenendo premuto spostarsi verso l'alto (ingrandimento)

o verso il basso (riduzione). Raggiunto il fattore di scala desiderato si può rilasciare il mouse.

Ripristina, cliccando su di esso il disegno visualizzato viene riportato alle dimensioni originarie e centrato nella finestra grafica. Lo stesso effetto è ottenuto agendo sul tasto [**Home**]



Sposta a sinistra, **a destra**, **sopra** e **sotto** permette lo spostamento del disegno attivo nelle direzioni indicate. Lo stesso effetto è ottenuto agendo sui tasti direzionali [←], [→], [↓] e [↑].

Spostamento dinamico, cliccando sul pulsante viene attivata la fase di spostamento dinamico. Per spostare il disegno basta cliccare con il tasto sinistro del mouse in un punto della finestra grafica e, mantenendo premuto, spostare il mouse nella nuova posizione e rilasciare.

Griglia e snap, consente di settare le caratteristiche della griglia e gli snap attivi.

Coord. Riporta le coordinate X e Y del mouse

Didascalia, permette l'inserimento di una didascalia sul disegno corrente (cap. 12.1.3).

Help, consente di accedere alla guida in linea.

12.1.1 Griglia e snap

La finestra può essere richiamata dall'**Input grafico** (cap. 0) o dalla **Grafica mesh** (cap. 14).

La finestra è suddivisa in due pannelli, **Opzioni grigia** e **Opzioni SNAP**.

Nel pannello **Griglia** è possibile impostare:

se **disegnare la griglia**

il **passo** in direzione X e Y, espresso in [L1];

il **colore**;

lo **stile di rappresentazione**, a scelta tra punti e linee;

il **tipo di visualizzazione**, se estesa all'ingombro della sezione da analizzare o se a tutto schermo

Nel pannello **Snap** è possibile:

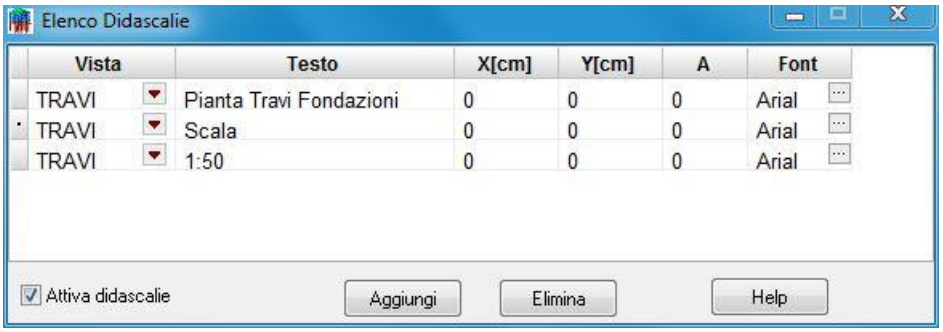
attivare lo **snap su griglia**;

attivare lo **snap a oggetto** (punti notevoli della struttura) ed in particolare ai vertici, nel punto medio e lungo i lati degli oggetti (snap vicino);

definire le **tolleranze** sul punto e sulla linea, espresse in [L1];

attivare la visualizzazione del cursore in funzione dello snap prevalente. Attivando questa opzione viene visualizzato un quadrato quando il puntatore del mouse si avvicina ad un vertice, un triangolo quando si avvicina ad un punto medio e una clessidra quando è vicino al lato di un oggetto.

12.1.2 Elenco didascalie



E' possibile accedere alla finestra **Elenco didascalie** cliccando con il tasto destro del mouse nell'area di disegno e selezionando dal menu pop-up l'omonima voce.

La tabella contiene informazioni sulle didascalie inserite. Nello specifico:

la vista in cui si trova la didascalia;

il testo che contiene;

la posizione nell'area di disegno, espressa in [L2];

l'inclinazione rispetto all'orizzontale, espressa in [°];

il carattere usato. Questo, può essere modificato cliccando sul pulsante a fianco della descrizione del font.

Il check **Attiva didascalie** consente la scrittura delle didascalie nel disegno. Se viene disattivato, le didascalie non vengono riportate nel disegno.

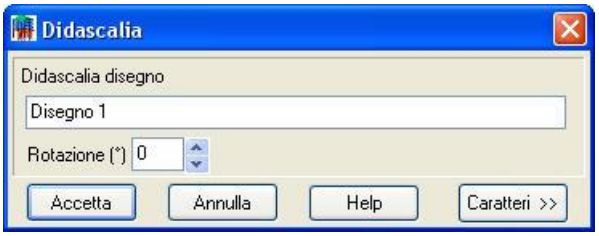
12.1.3 Didascalia

Nella tabella è possibile definire la didascalia in modo completo. I dati richiesti sono:

il testo;

la rotazione del testo rispetto all'orizzontale, espressa in [°];

il carattere da usare nella scrittura. Questo dato è possibile definirlo cliccando sul pulsante **Caratteri**.



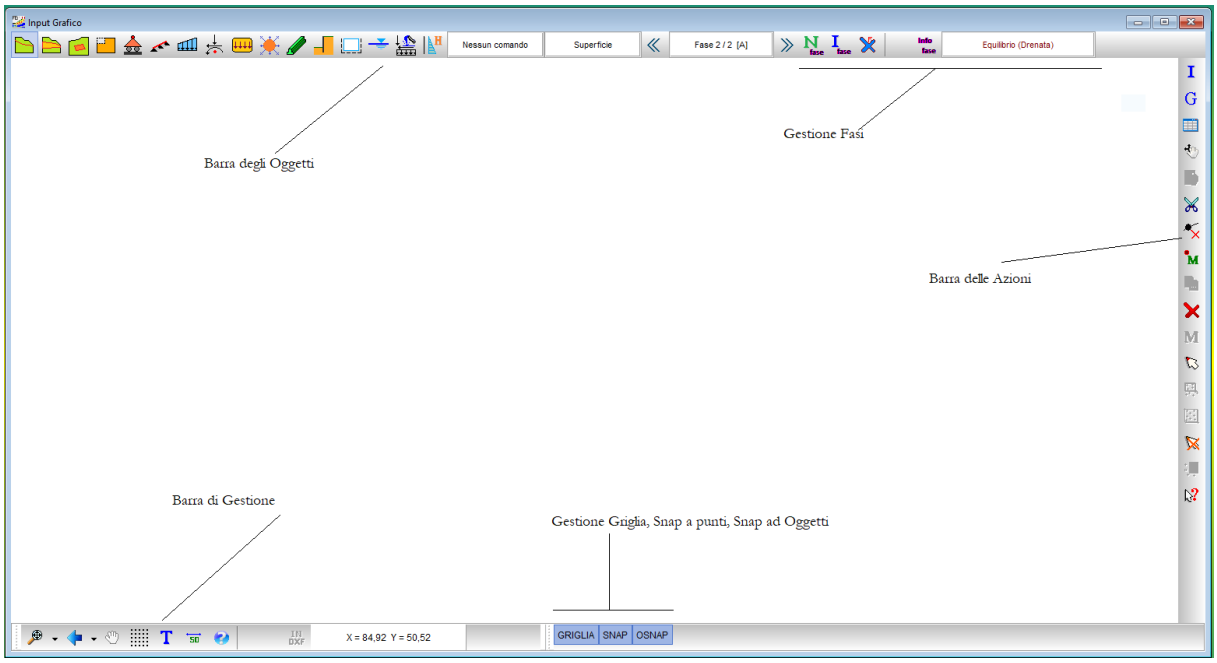
13 Input Grafico

AZTEC FEM GT è dotato di CAD grafico interno per l'input e la manipolazione di tutti gli oggetti.

Nella finestra è possibile inserire, modificare, cancellare graficamente tutti gli oggetti che abbiamo descritto nel menù GEOMETRIA (Menu Geometria) e nel menù CARICHI (Menu Carichi).

Inoltre, è possibile gestire tutta la manipolazione delle fasi (aggiunta, modifica, cancellazione ed inserimento) delle fasi descritte nel menu DATI.

La finestra **Input grafico** è costituita da una zona centrale in cui avviene l'inserimento dei vari oggetti e da una serie di barre sul contorno che consentono di attivare l'oggetto sul quale si vuole operare: superfici, falda, interventi, etc. (barra orizzontale superiore), attivare l'operazione (azione): inserimento, modifica, selezione, etc. (barra verticale destra) e di gestire il disegno: zoom, spostamenti, etc. (barra orizzontale inferiore).



13.1 Barra degli Oggetti (orizzontale superiore)

Dalla barra orizzontale superiore si attivano gli oggetti.

La barra orizzontale superiore si divide in due gruppi. Il primo consente di selezionare l'oggetto sul quale operare, il secondo consente la gestione delle fasi di lavoro.

La prima barra consente di definire:

Superfici di separazione strati

Strati

Inclusione

Scavi

Vincoli puntuali

Vincoli di linea

Carichi di linea

Carichi concentrati

Carichi di volume

Espansioni volumetriche

Travi

Interventi

Interfacce

Falde

Portate concentrate e distribuite

Linee di Potenziale

La seconda barra consente di definire le fasi di calcolo:

Nuova fase, consente di creare una nuova fase in coda a quelle esistenti. La nuova fase, inizialmente avrà gli stessi dati della fase che la precede.

Inserisci fase, consente di creare una nuova fase tra la fase in cui ci si trova e la precedente. La nuova fase inizialmente avrà gli stessi dati della fase che la precede.

Elimina fase, consente di cancellare la fase attiva.

Caratteristiche fase, consente di accedere alla finestra **Dettagli fase** per definirne le caratteristiche (cap.6).

13.2 Barra delle Azioni (verticale destra)

Questa barra è posizionata al lato destro della finestra e contiene tutti i pulsanti che consentono l'inserimento e la manipolazione dei vari oggetti. Riportiamo di seguito una breve descrizione della funzionalità di ogni pulsante. Le singole operazioni saranno descritte in dettaglio nel capitolo **Gestione Input**

Inserimento, permette di attivare l'inserimento. La procedura da seguire è: attivare il pulsante, portare il puntatore del mouse nel punto d'inserimento e cliccare. Il numero di punti da definire dipende dalla fase attiva. Se si sta inserendo un punto basta cliccare una sola volta, se si sta inserendo un segmento, cliccare in due punti, se si sta inserendo una polilinea o un poligono cliccare almeno su tre punti.

Genera, permette di attivare la generazione automatica di oggetti.

Elenco oggetti, permette di accedere alle finestre di elenco della fase corrente (superfici, strati, vincoli, carichi, etc.)

Spostamento, permette di spostare graficamente un punto di un oggetto. La procedura da seguire è: attivare il pulsante, portare il puntatore del mouse in

prossimità dell'elemento da spostare e cliccare, tenere premuto fino alla nuova posizione e rilasciare.

Spostamento oggetto, permette di spostare graficamente un oggetto. La procedura da seguire è: attivare il pulsante, portare il puntatore del mouse in prossimità dell'elemento da spostare e cliccare, tenere premuto fino alla nuova posizione e rilasciare.

Taglia, permette di dividere un oggetto. Questa operazione è attiva per i soli oggetti di tipo polilinea o poligono.

Elimina punto, permette di cancellare un punto di un oggetto.

Modifica punto, permette di modificare un punto di un oggetto.

Copia/trasla, permette di copiare e/o traslare oggetti tramite la finestra (cap.).

Elimina, permette di cancellare uno o più oggetti precedentemente selezionati. Il programma prima di effettuare l'operazione chiede conferma all'Utente. L'operazione di eliminazione è attiva in tutte le fasi.

Modifica, permette di cambiare le caratteristiche dell'oggetto selezionato nella fase corrente. L'operazione di modifica è attiva per tutte le fasi.

Manipola, consente di manipolare oggetti di tipo trave. Attivo nella sola fase travi.

Selezione singola, permette di attivare la selezione del singolo oggetto. La procedura da seguire è: attivare il pulsante, portare il puntatore del mouse sugli oggetti da selezionare e cliccare con il tasto sinistro del mouse.

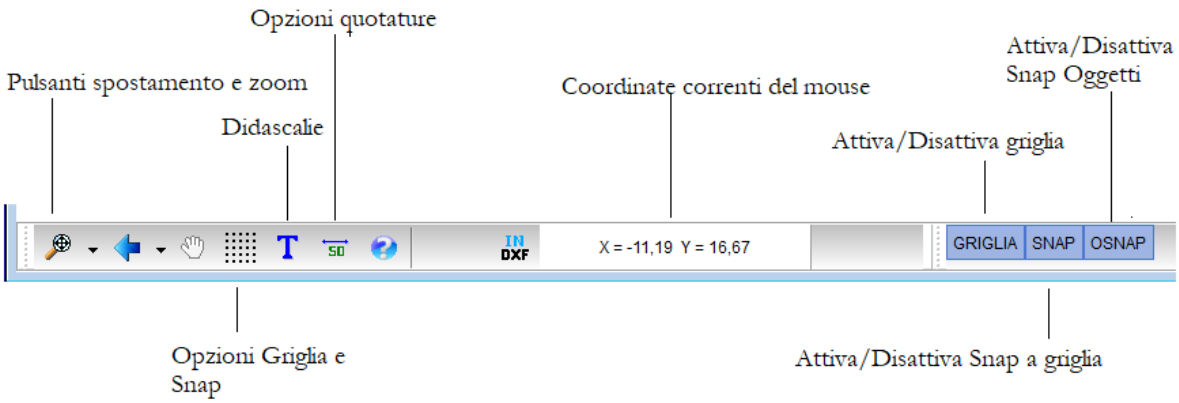
Selezione a box, permette di attivare la selezione di più oggetti contenuti nel box definito (rettangolo). La procedura da seguire è: attivare il pulsante e definire un'area di selezione rettangolare. Per definire l'area di selezione cliccare in un vertice e mantenendo premuto il tasto sinistro del mouse trascinare il puntatore nel vertice opposto e rilasciare il tasto.

Selezione tutto, permette di selezionare tutti gli oggetti della fase attiva.

Deseleziona tutto, permette di deselezionare gli oggetti precedentemente selezionati.

Quando si attiva la funzione di selezione singola e si sposta il puntatore del mouse sugli oggetti della fase attiva, il colore dell'oggetto cambia per indicare lo stato in cui si trova. Un oggetto non selezionato assume il colore del materiale o della sezione attribuito, mentre un oggetto selezionato assume il colore rosso. In fase di selezione, quando il puntatore del mouse si trova su uno degli oggetti, il colore che assume l'oggetto è quello della preselezione (magenta).

13.3 Barra di gestione Disegno (orizzontale inferiore)



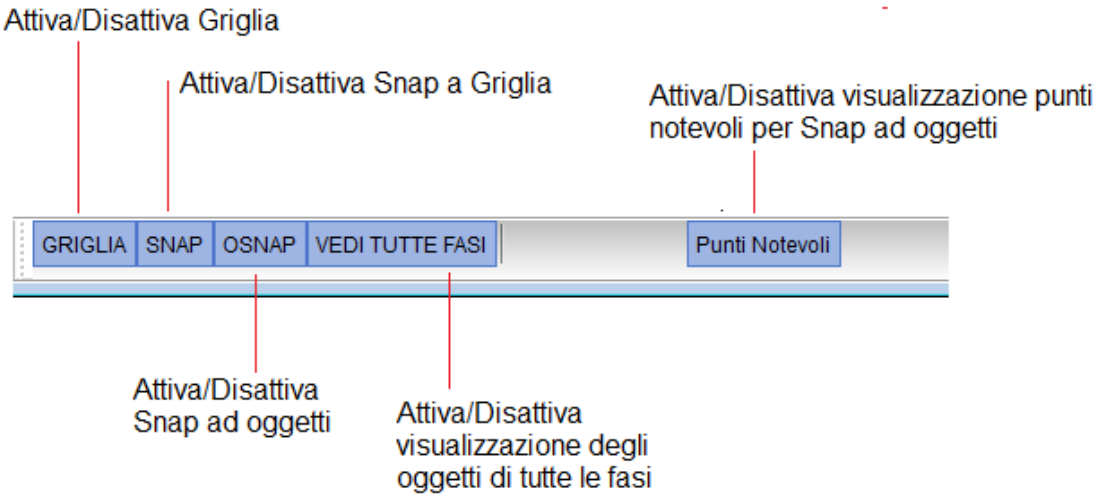
Questa barra è posizionata nella parte inferiore della finestra e contiene tutti i pulsanti che consentono la gestione grafica dei disegni.

<u>Gestione snap e griglia</u>

Le funzionalità offerte dal programma per la gestione di snap e griglia sono la seguenti:
GRIGLIA, permette di attivare/disattivare la visualizzazione della griglia.
SNAP, permette di attivare/disattivare lo snap alla griglia
OSNAP, permette di attivare/disattivare lo snap ad oggetto
VEDI TUTTE LE FASI, permette di attiva/disattivare la visualizzazione contemporanea degli oggetti presenti in tutte le fasi definite
PUNTI NOTEVOLI, attiva/disattiva la visualizzazione dei punti notevoli
Attivando le funzioni di snap, l'inserimento grafico di nuovo oggetti è condizionato dal passo della griglia e dagli oggetti esistenti, in quanto ogni oggetto, in base alla sua

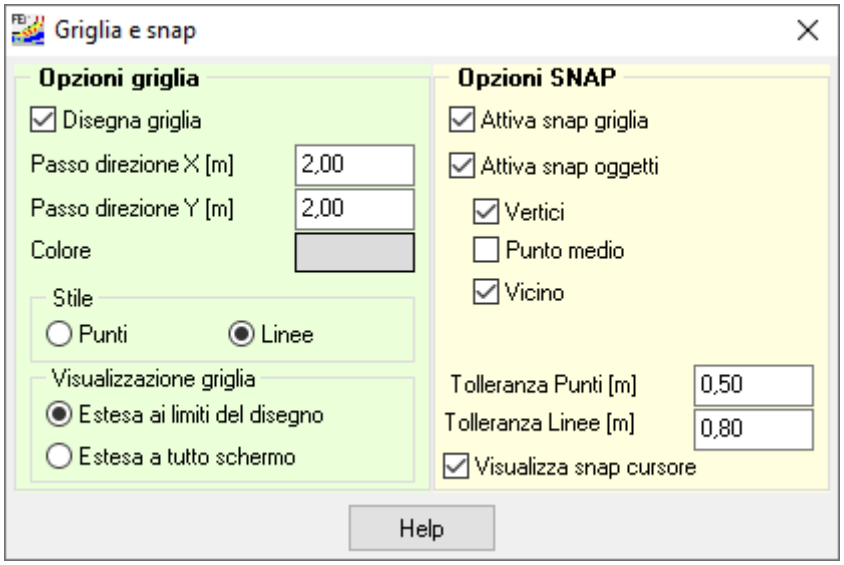
geometria e posizione, crea dei punti notevoli che possono essere usati come punti d'appoggio.

In questa barra troviamo le coordinate correnti del mouse.

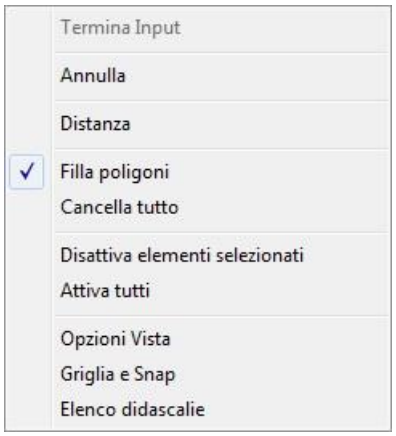


13.3.1 Finestra Griglia e Snap

In questa finestra attivabile tramite il pulsante Opzioni Griglia e Snap si imposta il passo della griglia in direzione X e Y e la modalità di visualizzazione (punti o linee). Si impostano inoltre le tolleranze per Snap a Punti e a linee.



13.4 Menu pop-up



Cliccando col tasto destro del mouse viene attivato il menu pop-up che attiva ulteriori funzioni.

Termina input, consente di completare l'inserimento di oggetti polilinea (superfici di strati o falda) e poligono (inclusioni, carichi di volume, espansioni volumetriche). Sugli oggetti polilinea vengono applicate delle estensioni sul primo e ultimo segmento fino ad individuare una intersezione con il contorno del world.

Annulla, consente di annullare l'ultima operazione fatta. (**Undo**)

Distanza, consente di attivare la funzione di misurazione. Una volta attivata la funzione, cliccare sui due punti di cui si vuole misurare la distanza.

Filla poligoni, consente la campitura degli oggetti poligono (strati, inclusioni, carichi volume, etc.).

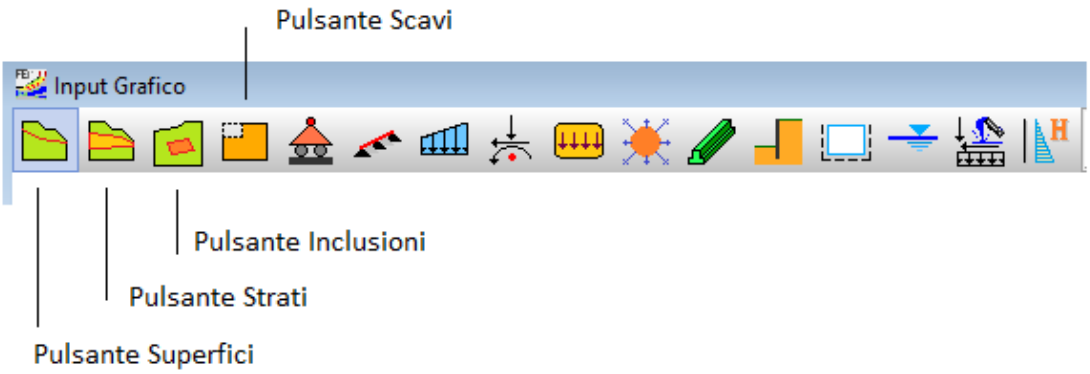
Opzioni vista, attiva la finestra che consente di attivare/disattivare la visualizzazione degli oggetti che fanno parte del modello.

Elenco didascalie, consente di accedere all'omonima finestra che contiene l'elenco di tutte le didascalie inserite nei disegni dell'input grafico (cap. 12.1.2).

13.5 Input Superficie

Una superfice è definita mediante una polilinea.

Inserimento di una superficie. Attivare il pulsante **Superfici** sulla barra degli oggetti



Attivare il pulsante inserimento sulla barra delle **Azioni**.

Cliccare con il mouse all'interno dell'area di lavoro(world) per definire la polilinea.

La prima superficie deve essere inserita a partire dal Limite Sinistro del world fino al Limite Destro.

Le altre superfici non sono soggette a questo vincolo.

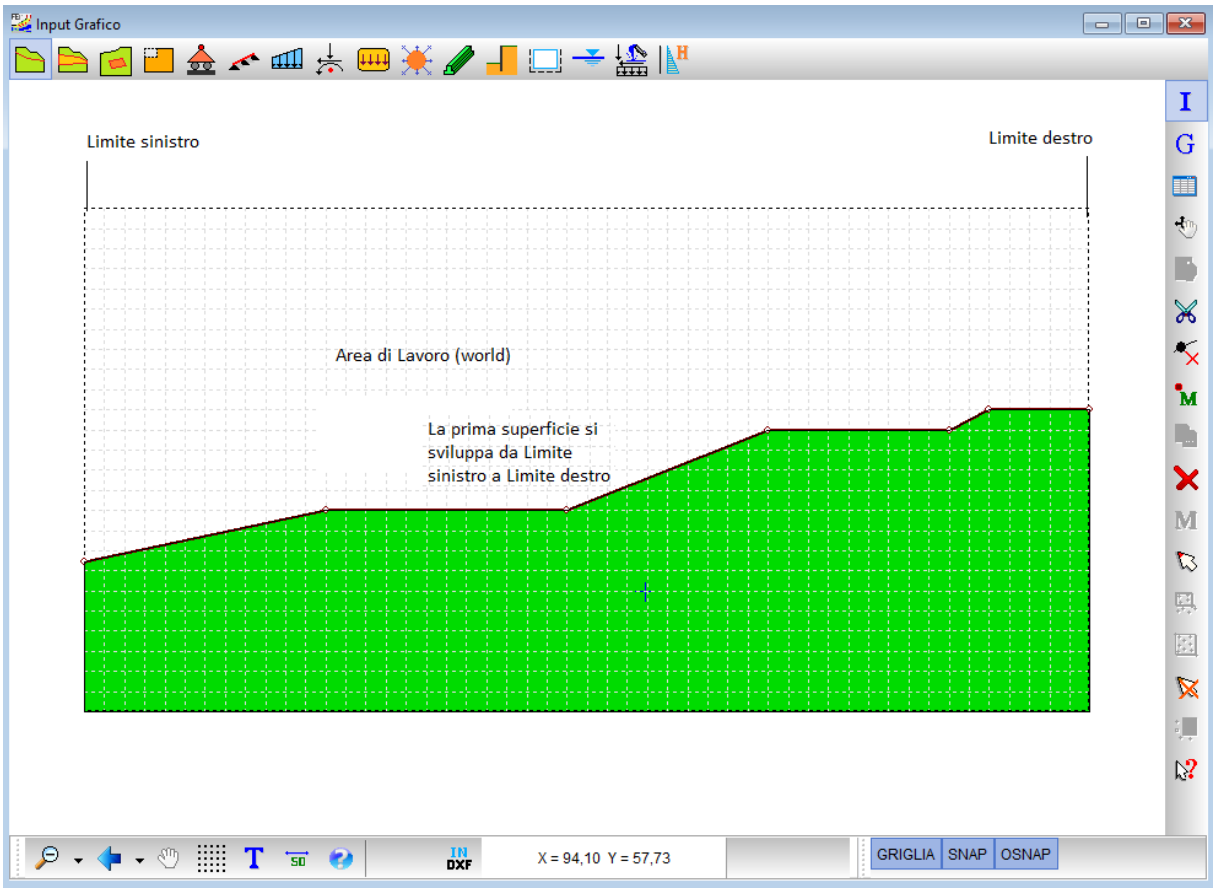
L'intersezione tra superfici e delle superfici con il world definisce gli strati.

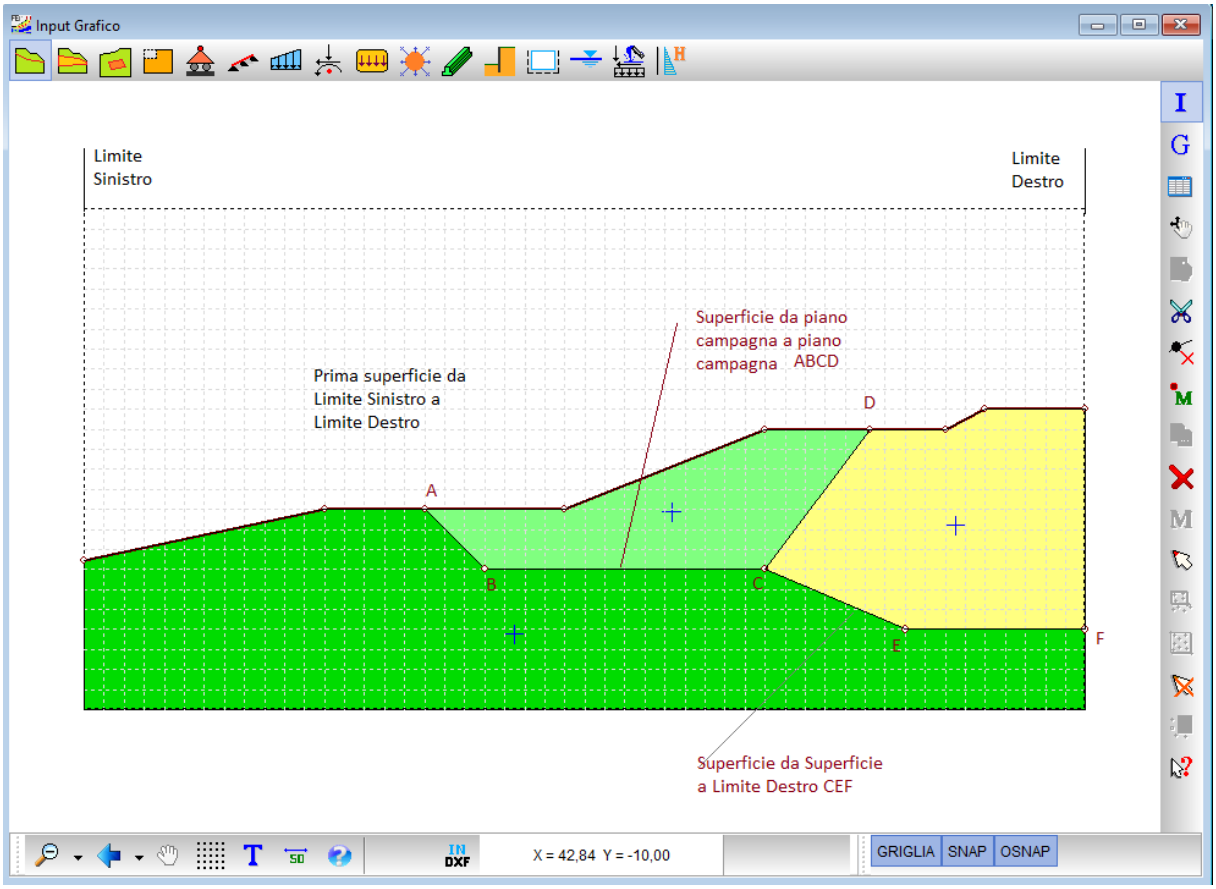
Gli strati non vengono definiti autonomamente ma sono ottenuti definendo le superfici.

I collegamenti sotto attivano due brevi video esplicativi (inserimento superfici ed inserimento scavi e riporti).

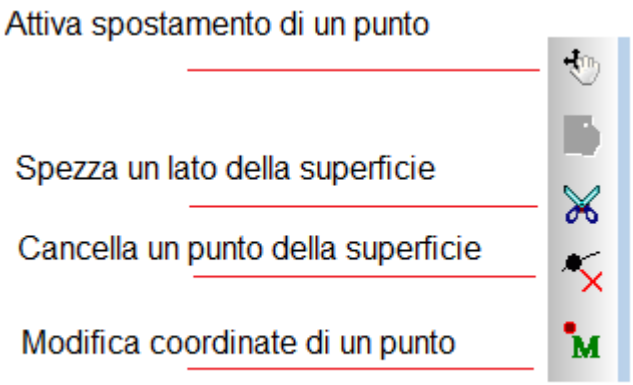
AztecFEM-InserimentoSuperficie.mp4

AztecFEM-InserimentoRiporto_Scavo.mp4


Input Grafico
Limite sinistro
Limite destro
Area di Lavoro (world)
La prima superficie si
sviluppa da Limite
sinistro a Limite destro
X = 94,10 Y = 57,73
GRIGLIA
SNAP
OSNAP


Input Grafico
Limite
Sinistro
Limite
Destro
Superficie da piano
campagna a piano
campagna ABCD
Prima superficie da
Limite Sinistro a
Limite Destro
A
B
C
D
E
F
Superficie da Superficie
a Limite Destro CEF
X = 42,84 Y = -10,00
GRIGLIA
SNAP
OSNAP

Nella fase Superfici si possono utilizzare i pulsanti Spostamento Punto, Spezza Lato, Cancella Punto, Modifica Coordinate sulla barra a destra.



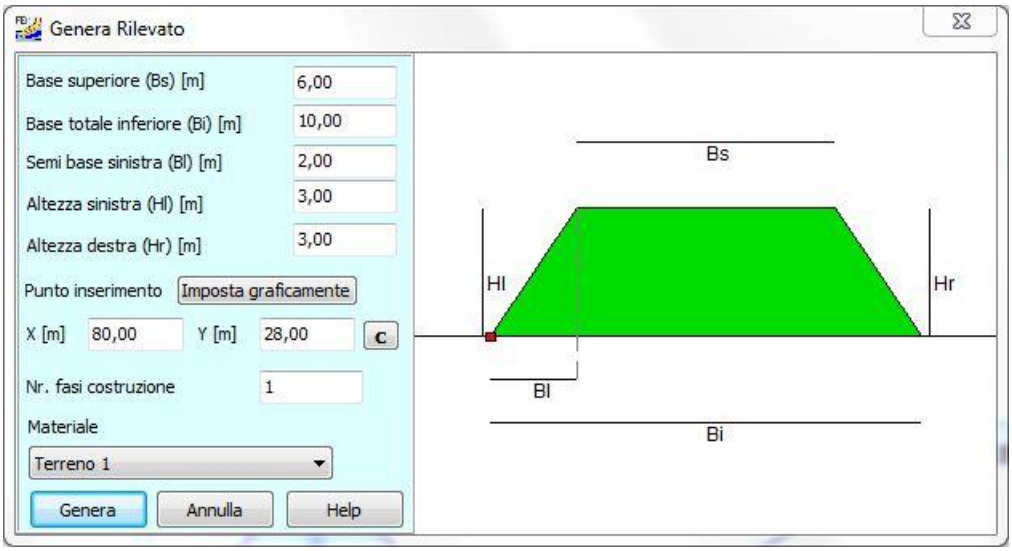
Volendo eliminare una superficie di può usare il pulsante dopo avere selezionato la superficie da cancellare.

13.6 La funzione Genera

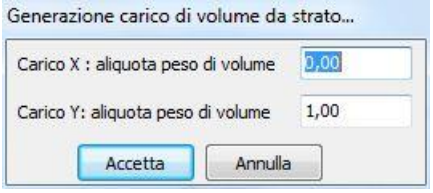
La funzione di generazione può essere attivata cliccando sul pulsante genera (cap. 13.2).

13.6.1 Generazione rilevato

La funzione di generazione può essere attivata nella fase **Superfici**. Per la generazione del rilevato nella finestra è possibile impostare:
le dimensioni della **base superiore e inferiore**, espresse in [L1];
la dimensione della **proiezione del tratto inclinato sull'orizzontale**, espresso in [L1];
l'**altezza del rilevato a destra e sinistra** (dove ha fine e inizio il tratto inclinato), espresse in [L1];
il **punto di inserimento** del rilevato (il punto deve appartenere al profilo topografico), espresse in [L1];
il **numero delle fasi di costruzione**. Definendo un valore diverso da uno, il programma genera in modo automatico un numero di fasi pari al numero definito ed in ognuna di queste, il rilevato si innalza di una quantità pari ad $1/n_{fasi}$.

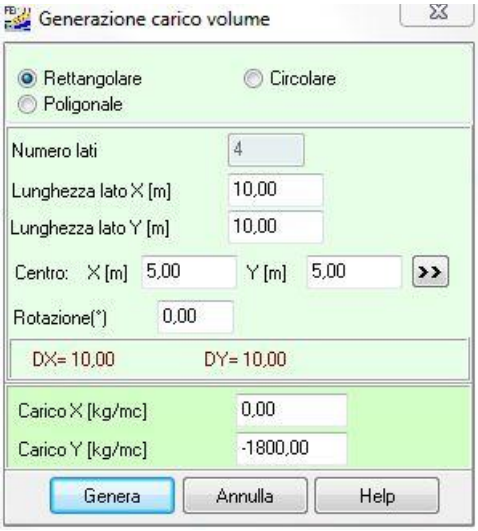


13.6.2 Generazione carichi di volume da strato



La funzione di generazione può essere attivata nella fase **Strati**. Per la generazione dei carichi di volume nella finestra è possibile impostare le aliquote del peso di volume dello strato selezionato in direzione X ed Y. Tali aliquote possono assumere un valore compreso tra -1 e +1.

13.6.3 Generazione inclusione, scavo, carico di volume ed espansione volumetrica



La funzione di generazione può essere attivata nella fase **Inclusione, Scavo, Carico di volume ed espansione volumetrica**. Tutti questi oggetti consentono di generare un poligono di forma poligonale. In funzione del tipo di oggetto che si sta generando possono aggiungersi dei dati specifici dell'oggetto.

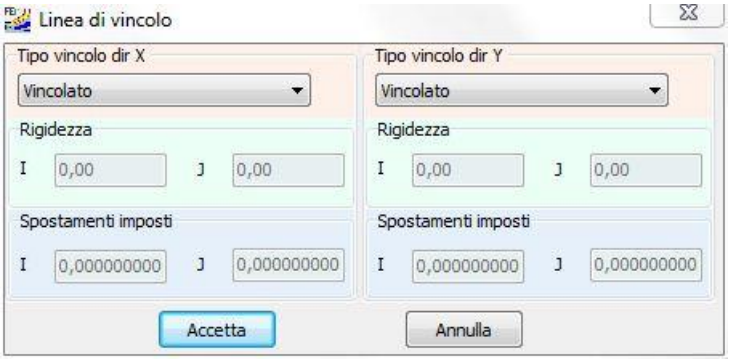
Per il carico di volume viene richiesto il carico in direzione X e Y, espresso in [F1/L1^3].

Per l'espansione volumetrica viene richiesta la

percentuale di espansione.

13.6.4 Generazione vincoli di linea

La funzione di generazione può essere attivata nella fase **Linea di vincolo**. I vincoli che è possibile definire in modo automatico sono i vincoli sulla frontiera, ed in particolare quelli che si trovano sui limiti destro e sinistro e quello inferiore.



Nella finestra è possibile impostare le caratteristiche del vincolo (cap. 7.8.1) .

13.7 La funzione Sposta

La funzione spostamento può essere di due tipi:
spostamento di un vertice;
spostamento di un oggetto.
In funzione dell'oggetto che si sta inserendo si possono attivare entrambi i pulsanti o solo uno dei due. Ad esempio, quando si opera sull'oggetto trave si potrebbe richiedere lo spostamento di uno dei vertici oppure di spostare l'intera trave (in questo caso saranno attive entrambe le funzioni).
Per eseguire l'operazione, si seleziona il pulsante, si porta il puntatore del mouse in prossimità del punto o dell'oggetto da spostare, si clicca con il mouse e tenendo premuto il pulsante ci si sposta nella nuova posizione. Al rilascio del pulsante del mouse il punto o l'oggetto assume la nuova posizione.

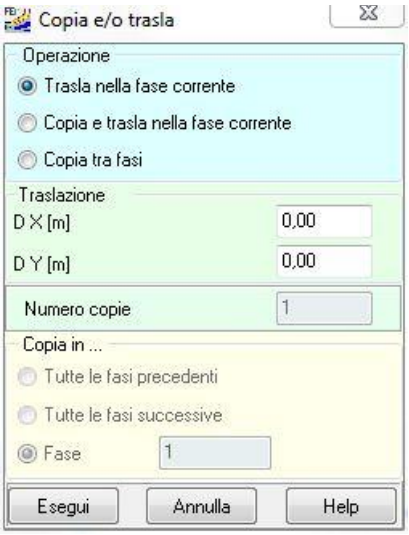
13.8 La funzione Spezza

La funzione spezza può essere attivata sugli oggetti definiti attraverso polilinee o da poligoni (superfici, scavi, falda, inclusioni, carichi di volume ed espansioni volumetriche).

Per eseguire l'operazione, si seleziona il pulsante, si porta il puntatore del mouse in prossimità del lato da spezzare e si clicca.

13.9 La funzione Copia e/o trasla

La funzione di **copia e/o trasla** può essere attivata sugli oggetti tipo *Vincoli concentrati, vincoli di linea, carichi concentrati e carichi di linea, carichi di volume, espansioni volumetriche, travi, interventi, interfacce, carichi di portata* e *potenziale*.



Nella finestra è possibile definire:

il tipo di **operazione** (a scelta tra trasla nella fase, corrente, copia e trasla nella fase corrente e copia tra fasi);

il vettore traslazione (DX e DY), espresso in [L1].

Se l'operazione è una **copia** è possibile definire:

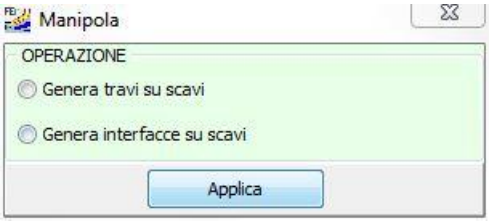
il numero di copie;

le fasi in cui la si vuole eseguire (tutte le fasi precedenti, tutte le fasi successive o una fase specifica.

Quando è attivo l'oggetto di tipo intervento, la finestra assume una forma diversa, consentendo la sola traslazione nella fase corrente.

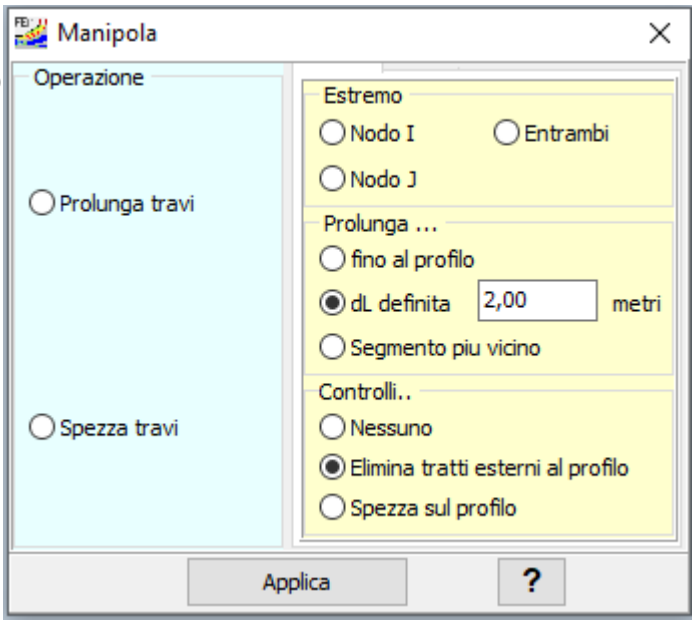
13.10 La funzione Manipola

La funzione manipola può essere attivata sui soli oggetti di tipo scavo e travi.



Per eseguire l'operazione basta selezionare l'oggetto, selezionare l'operazione e cliccare sul pulsante **Applica** della tabella.

La manipolazione di oggetti tipo scavo consiste nel poter generare sul contorno dei poligoni (scavi o strati) oggetti di tipo trave o interfaccia.



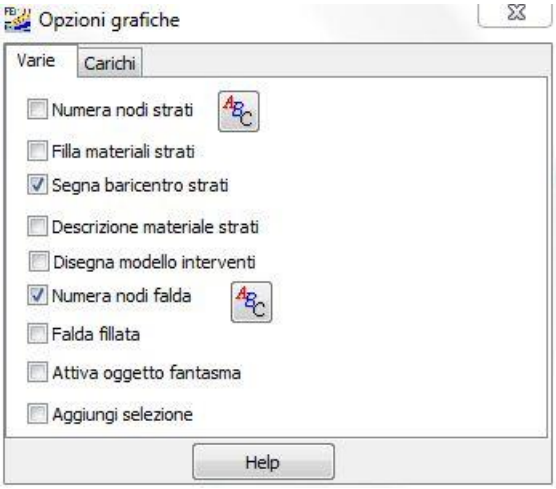
La manipolazione di oggetti tipo trave consiste nel poter prolungare o spezzare le travi.

L'operazione di prolungamento prevede che possa essere selezionato l'estremo da prolungare (anche entrambi), che il prolungamento possa essere fatto fino al raggiungimento del profilo topografico o del segmento più vicino o di una lunghezza definita e, nel caso di prolungamento definito dall'Utente, se l'operazione deve eseguire dei controlli: eliminare i tratti di trave esterni al profilo topografico o se la trave va spezzata sul profilo (in questo caso la trave prolungata verrà spezzata in corrispondenza dell'intersezione con il profilo topografico e verranno create due travi).

13.11 Opzioni grafiche

E' possibile accedere alla finestra **Opzioni grafiche** cliccando sul pulsante **Opzioni e quote** della barra orizzontale inferiore.

Dalla finestra è possibile settare delle opzioni di visualizzazione, quotare i carichi e settare i fattori di scala per la rappresentazione dei carichi.



14 Grafica mesh

La finestra **Grafica mesh** è un ambiente grafico che ha due funzioni:
la funzione di rappresentazione del modello di calcolo;
la funzione di generare un modello guidato dall'Utente.
Il modello di calcolo viene (in genere) creato dal programma in modo automatico, dopo aver fissato delle opzioni di generazione. Nel software è comunque possibile creare il modello in modo "manuale" o semi-automatica.
La finestra è costituita da una zona centrale in cui avviene la manipolazione degli elementi e da una serie di barre sul contorno che consentono di attivare l'oggetto sul quale si vuole operare: elementi, nodi, vincoli, etc. (barra orizzontale superiore), attivare l'operazione: inserimento, modifica, selezione, etc. (barra verticale destra) e di gestire il disegno: zoom, spostamenti, etc. (barra orizzontale inferiore).

14.1 Barra degli Oggetti (orizzontale superiore)

La barra orizzontale superiore consente di selezionare l'oggetto sul quale operare. In ordine di rappresentazione: Elementi, Nodi, Vincoli, Materiali, Carichi di lato, Carichi concentrati, Carichi volume di elemento, Elementi trave, Interfacce e Falda.

14.2 Barra delle Operazioni (verticale a destra)

La barra verticale a destra consente di selezionare le operazioni da eseguire sull'oggetto selezionato. In ordine di rappresentazione: Inserimento, Modifica, Elimina, Elenco, Seleziona singolo, Seleziona poligono, Seleziona tutto, Deseleziona, Interroga nodo, Interroga elemento e Manipola.

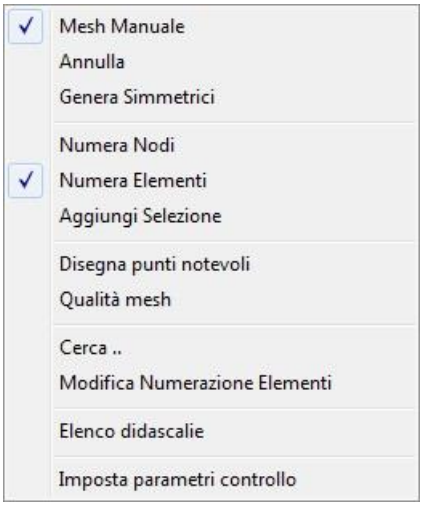
14.3 Menu pop-up

Per accedere al menu pop-up è possibile cliccare con il tasto destro del mouse all'interno dell'area di lavoro. Dal menu è possibile richiamare alcune funzioni:

Mesh manuale;

Annulla, consente di annullare le operazioni precedenti;

Genera simmetrici, genera in modo simmetrico gli elementi del modello selezionati. La voce di menu non è attiva se non sono presenti elementi del modello.



Numera nodi, consente di attivare la visualizzazione della numerazione dei nodi del modello;

Numera elementi, consente di attivare la visualizzazione della numerazione degli elementi del modello;

Aggiungi selezione è una opzione di selezione quando si eseguono più selezioni in modo consecutivo. Se è attiva, agli elementi selezionati si sommeranno i nuovi, se non è attiva gli elementi selezionati vengono disattivati e risulteranno selezionati i nuovi.

Disegna punti notevoli, consente di visualizzare i punti notevoli dei vari oggetti che hanno condizionato la generazione del modello;

Qualità della mesh, consente di rappresentare graficamente la qualità del modello generato. Descrivere cosa rappresentano i vari colori

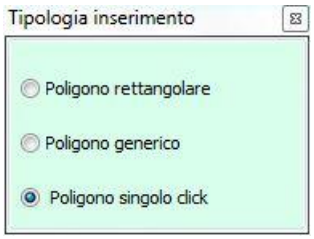
14.4 La funzione di Generazione mesh guidata

Per eseguire la generazione del modello in modo guidato la procedura da seguire è la seguente:

si attiva l'oggetto **Elementi**;

si attiva la funzione di **Inserimento**;

si seleziona il tipo di inserimento (a scelta tra poligono rettangolare, poligono generico e poligono individuato da singolo click). Poligono rettangolare consente di definire un poligono di forma rettangolare tracciando una diagonale (es. punto inferiore sinistro e punto superiore destro). Poligono generico consente di definire un poligono di forma generica. Poligono singolo click consente di cliccare all'interno di un oggetto poligonale (strato, scavo, intervento, etc.) e di selezionarlo in modo automatico.



a seguito della scelta compare una tabella che contiene le coordinate del poligono definito;

a seguito della convalida della geometria definita vengono richiesti i dati per la generazione del modello nell'area definita (numero di elementi in direzione X e Y e forma dell'elemento);

a seguito della conferma viene generato il modello di calcolo sul poligono definito.

Tali operazioni dovranno essere ripetute fino alla completa discretizzazione della geometria da analizzare.

14.5 La funzione di Modifica

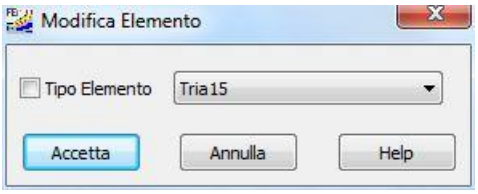
14.5.1 Modifica elemento

Le operazioni da seguire per la modifica dell'elemento sono:

si attiva l'oggetto **Elementi**;

si attiva una funzione di **Selezione** e si clicca sugli elementi selezionando gli elementi da modificare;

si clicca sul pulsante **Modifica** che mostra la finestra a lato;



nella finestra è possibile scegliere il tipo elemento che sostituisce quelli selezionati.

14.5.2 Modifica nodo

Una volta definito il modello è possibile intervenire su di esso attraverso la modifica dei nodi di vertice degli elementi. Le operazioni da seguire per la modifica sono:
si attiva l'oggetto **Nodi**;
si attiva una funzione di **Selezione**;
si selezionano i nodi che si vogliono modificare;
si clicca sul pulsante di **Modifica** per attribuire le nuove coordinate al/ai nodo/i selezionati.

14.5.3 Modifica materiale

La operazioni da seguire per la modifica sono:
si attiva l'oggetto **Materiali**;
si selezionano gli elementi ai quali applicare le modifiche, dopo aver scelto la modalità di selezione;
si attiva la funzione di **Modifica**;
compare la finestra **Assegna materiale** (cap. 5.5) dalla quale si scegli il materiale da attribuire agli elementi selezionati.

14.6 La funzione di Elenco

14.6.1 Elenco elementi

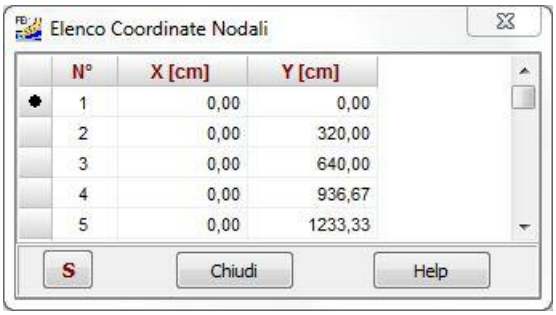
Nella tabella di **Elenco elementi** viene riportato:
l'indice dell'elemento;
le incidenze nodali;
il materiale associato all'elemento.

Cliccando sul pulsante all'interno della cella dell'ultima colonna, è possibile avere maggiori informazioni sull'elemento, accedendo alla tabella **Info elemento**.

Il pulsante **S** consente di visualizzare in tabella i soli elementi selezionati.

14.6.2 Elenco nodi

Nella tabella di **Elenco nodi** viene riportato:
l'indice del nodo;
le coordinate del nodo.
Il pulsante **S** consente di visualizzare in tabella i soli nodi selezionati.



N°	X [cm]	Y [cm]
1	0,00	0,00
2	0,00	320,00
3	0,00	640,00
4	0,00	936,67
5	0,00	1233,33

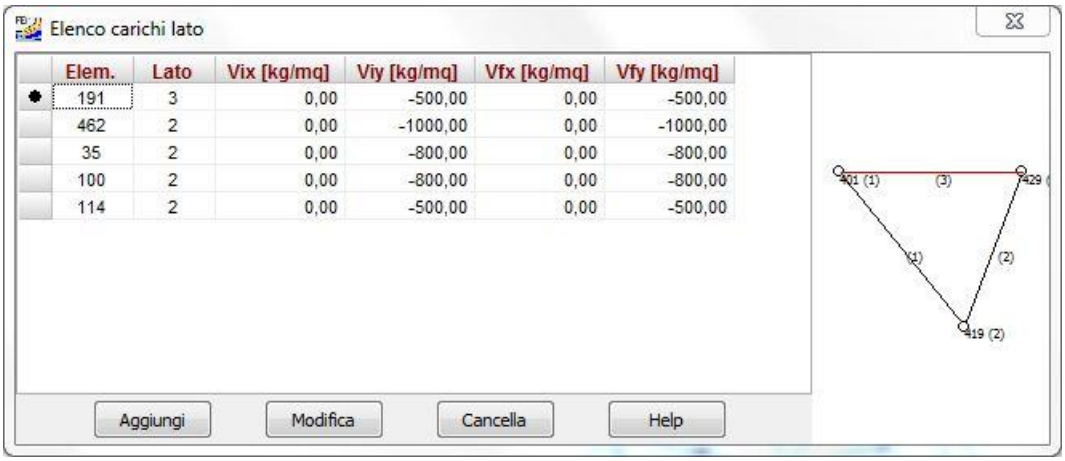
14.6.3 Elenco vincoli

Nella tabella di **Elenco vincoli** viene riportato:
l'indice del nodo vincolato;
le coordinate del nodo vincolato;
le direzioni di vincolo.
In fondo alla prima colonna è riportato il numero di nodi vincolati.
Il pulsante **S** consente di visualizzare in tabella i soli nodi vincolati selezionati.

N°	X [m]	Y [m]	Vincolo X	Vincolo Y
1	0,00	0,00	☑	☑
2	0,00	320,00	☑	☐
3	0,00	640,00	☑	☐
4	0,00	936,67	☑	☐
5	0,00	1233,33	☑	☐

14.6.4 Elenco carichi lato

Nella tabella di **Elenco carichi lato** viene riportato:
l'indice dell'elemento caricato;
l'indice del lato;
le componenti di carico in direzione X e Y nel punto iniziale e finale del lato.
Sul lato destro della tabella viene rappresentato graficamente l'elemento selezionato con evidenziato in rosso il lato caricato.



Elem.	Lato	Vix [kg/mq]	Viy [kg/mq]	Vfx [kg/mq]	Vfy [kg/mq]
191	3	0,00	-500,00	0,00	-500,00
462	2	0,00	-1000,00	0,00	-1000,00
35	2	0,00	-800,00	0,00	-800,00
100	2	0,00	-800,00	0,00	-800,00
114	2	0,00	-500,00	0,00	-500,00

14.6.5 Elenco carichi concentrati

Nella tabella di **Elenco carichi concentrati** viene riportato:

l'indice del nodo caricato;

le coordinate del nodo;

le componenti di carico in direzione X e Y.

Il pulsante **S** consente di visualizzare in tabella i soli nodi vincolati selezionati.

N°	X [cm]	Y [cm]	Fx [kg/m]	Fy [kg/m]
1033	7828,57	3000,00	0,00	-500,00
1084	8188,07	3000,00	600,00	0,00
1100	8305,57	2763,20	-900,00	0,00
1040	7882,24	2586,45	0,00	-2500,00
1052	7955,16	2332,73	0,00	6500,00

14.6.6 Elenco carichi volume

Nella tabella di **Elenco carichi volume** viene riportato:

l'indice dell'elemento caricato;

le componenti di carico in direzione X e Y.

Elem.	PX [kg/mc]	PY [kg/mc]
146	800,00	0,00
164	800,00	0,00
173	-500,00	0,00
153	200,00	0,00
172	0,00	-800,00

14.6.7 Elenco elementi trave

Nella tabella di **Elenco elementi trave** viene riportato:

l'indice progressivo dell'elemento trave;

i nodi di incidenza della trave nel modello;

il materiale della trave

Cliccando sul pulsante all'interno della cella dell'ultima colonna, è possibile avere maggiori informazioni sull'elemento, accedendo alla tabella **Elemento trave**.

14.6.8 Elenco elementi interfaccia

Nella tabella di **Elenco elementi interfaccia** viene riportato:

l'indice progressivo dell'elemento interfaccia;

i nodi di incidenza dell'elemento interfaccia;

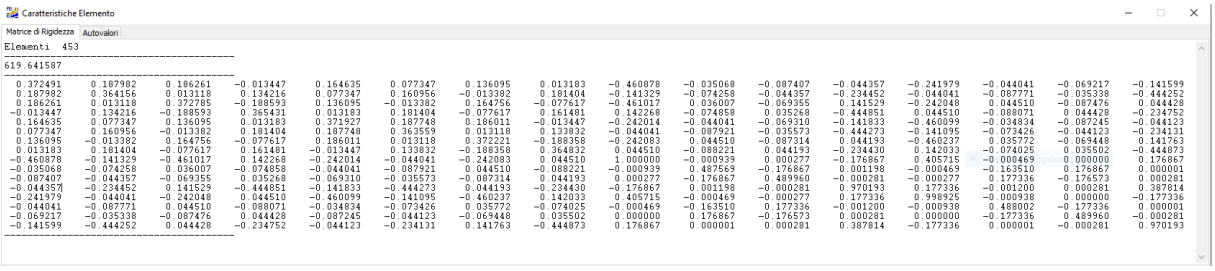
il materiale dell'interfaccia.

14.7 Matrice di Rigidezza ed Autovalori di un Elemento

Per visualizzare la matrice di rigidezza di un elemento occorre

Nella vista Elementi selezionare l'elemento desiderato

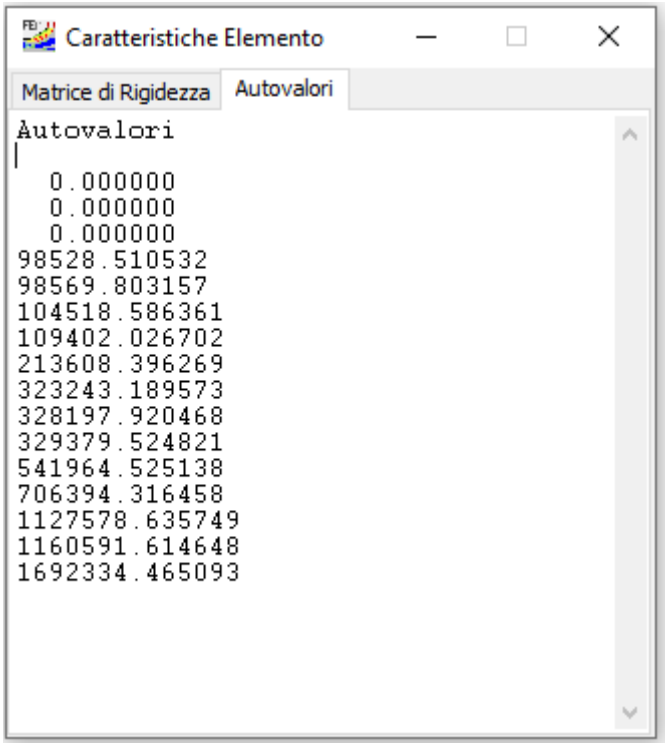
Premere il **tasto R** della tastiera



Per visualizzare gli Autovalori di un Elemento

Nella vista Elementi selezionare l'elemento desiderato

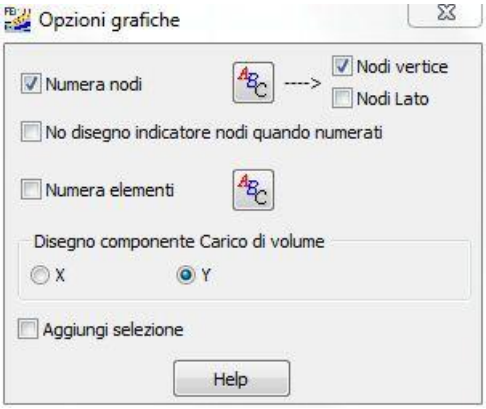
Premere il **tasto V** della tastiera



14.8 Opzioni grafiche

Per accedere alla finestra delle Opzioni grafiche basta cliccare sul pulsante della barra dei comandi inferiore.

Dalla finestra è possibile settare le opzioni di rappresentazione grafica del modello:



Numera nodi, consente di attivare la visualizzazione della numerazione dei nodi del modello e di scegliere il carattere da usare. Inoltre, è possibile scegliere se la numerazione deve essere fatta sui nodi di vertice e/o sui nodi lato;

Numera elementi, consente di attivare la visualizzazione della numerazione degli elementi

del modello e di scegliere il carattere da usare;

Disegno componente carico di volume, consente di scegliere quale componente (X o Y) del carico di volume si vuole rappresentare graficamente.

No disegno indicatore nodi quando numerati, consente di escludere dal disegno l'indicatore del nodo quando è presente la numerazione.

Aggiungi selezione è una opzione di selezione quando si eseguono più selezioni in modo consecutivo. Se è attiva, agli elementi selezionati si sommeranno i nuovi, se non è attiva gli elementi selezionati vengono disattivati e risulteranno selezionati i nuovi.

15 Grafica Risultati

I risultati ottenuti dal calcolo possono essere visualizzati in forma grafica all'interno della finestra grafica dedicata, selezionando uno dei pulsanti della barra orizzontale superiore. Per alcuni di questi risultati è necessario anche selezionare la sottovista dalla barra verticale a destra.

E' possibile accedere alla finestra di visualizzazione grafica dei risultati dalla voce **Grafica risultati** del menu **Grafica** o dal pulsante acceleratore posto nella barra principale dei comandi.
L'ambiente grafico è uno strumento snello, veloce e potente che consente al progettista un controllo immediato dei risultati.
La finestra è suddivisa in:
una zona in cui vengono visualizzati i risultati;
una barra orizzontale superiore, che permette di gestire la visualizzazione delle varie viste;
una barra verticale a destra (opzionale), che permette di selezionare il risultato grafico che si vuole visualizzare.
una barra orizzontale inferiore, che permette di gestire la visualizzazione dei disegni;

15.1 Barra orizzontale superiore (barra delle viste)

Dalla barra orizzontale superiore si attivano le viste per la lettura dei risultati:

Vista sezione stratigrafica e quotature;
Vista spostamenti;
Vista mappa tensioni;

Vista tensioni ed invarianti nei punti di Gauss

Vista delle deformazioni nei punti di Gauss;

Vista risultati travi (sollecitazioni e spostamenti);

Vista risultati interfacce;

Vista risultati filtrazione.

Distanziati da questi, sempre tale barra contiene i pulsanti per scorrere le fasi analizzate.

La barra verticale a destra contiene i bottoni per attivare le sotto viste per la lettura dei risultati.

15.2 Barra orizzontale inferiore.

La barra permette di gestire la visualizzazione dei disegni.

Colori diagrammi. E' attiva nei soli disegni in cui sono presenti mappe e serve ad impostare gli intervalli delle mappe da rappresentare ed i colori associati.

Quotature. E' attivo nella sola vista della Geometria, consente di accedere alla finestra **Opzioni quotature** per settare le opzioni di quotatura di strati, carichi, falda ed interventi.

Opzioni visualizzazione. Consente di settare opzioni e scale di rappresentazione.

Esporta. Consente di salvare il risultato grafico attivo in formato BMP, JPG, DXF e WMF.

Preview. Consente di accedere all'anteprima di stampa.

Per la descrizione delle altre opzioni vedere il capitolo relativo alle opzioni grafiche comuni a tutte le finestre grafiche.

Il pulsante a lato è il pulsante per attivare la finestra di visualizzazione in sequenza di una determinata grandezza.

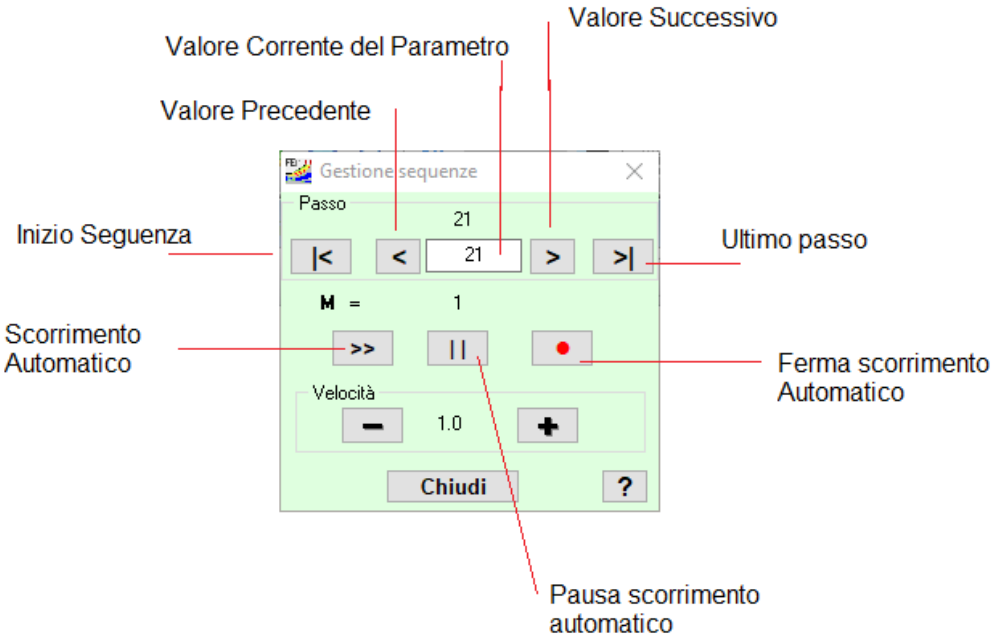
15.3 *Vista Seguenze*

La finestra gestione sequenze consente di scorrere la soluzione ottenuta a partire dal primo passo fino all'ultimo per la grandezza attualmente visualizzata (spostamenti, tensioni, deformazioni, etc).

Se sono nella vista risultati di una fase statica (Equilibrio, Collasso) nella finestra è possibile aumentare o diminuire il *moltiplicatore dei carichi*: il disegno corrente verrà automaticamente aggiornato mostrandoci la soluzione modello per il valore corrente del moltiplicatore.

Se sono in una fase temporale (Dinamica, Filtrazione Transient, Consolidazione) nella finestra gestione sequenze viene modificato il *tempo*: la vista grafica corrente verrà automaticamente aggiornata.

Se sono in una fase definita come 'Riduzione Parametri' nella finestra modifichiamo il Fattore di Riduzione applicato: la soluzione mostrata nella finestra grafica si riferisce al valore corrente del fattore di riduzione.

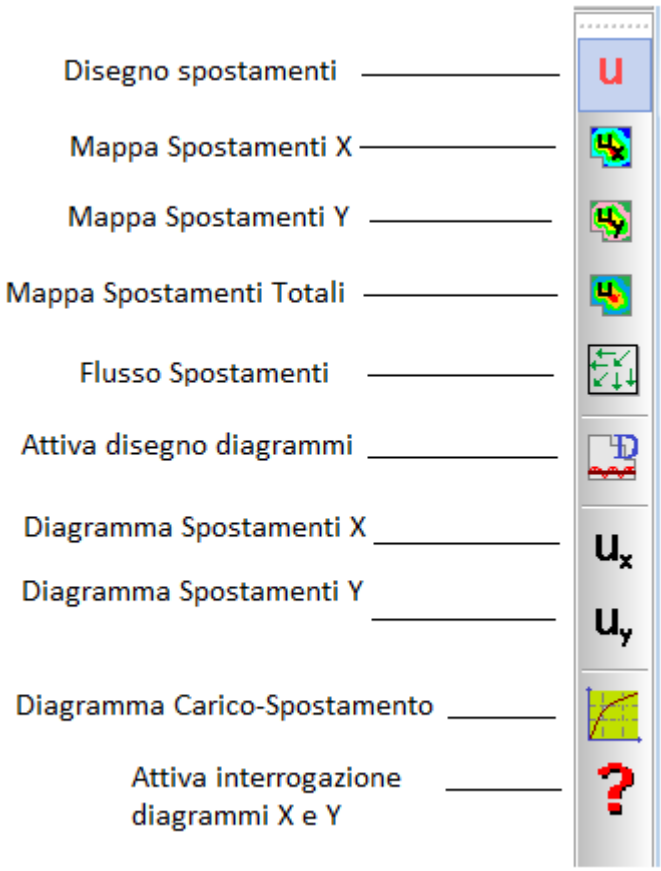


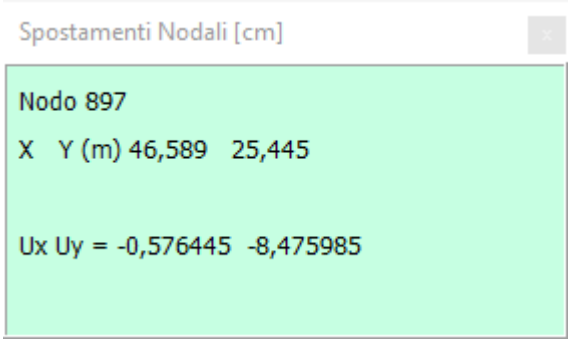
15.4 Geometria

Nel disegno viene rappresentata la sezione stratigrafica con la legenda dei materiali usati nel modello all'interno della fase e le quotature (parziali, progressive e altimetriche). All'interno vengono mostrati i soli oggetti (riporti, scavi, carichi, travi, etc.) presenti nella fase attiva visualizzata.

15.5 Spostamenti

Nel disegno viene rappresentata la sezione stratigrafica e sulla destra compaiono i bottoni che consentono la visualizzazione degli spostamenti in diverse modalità.
In ognuna delle modalità è possibile interrogare lo spostamento del nodo desiderato cliccando con il mouse in corrispondenza di esso.
Vengono riportati in tabella indice e coordinate del nodo ed i valori degli spostamenti X ed Y nelle unità di misura selezionate LUNG2.

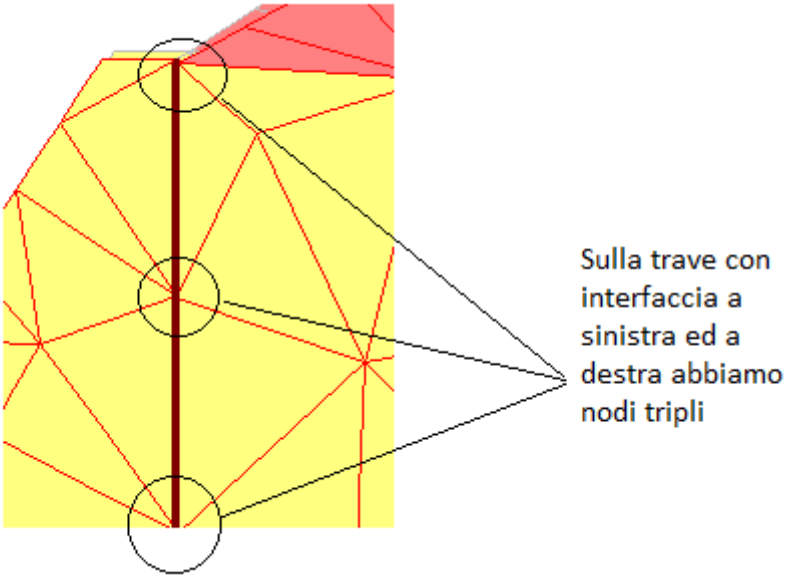




Se il nodo interrogato è un nodo in corrispondenza di un interfaccia (nodo doppio o triplo) vengono visualizzati gli spostamenti di tutti i nodi collegati.

Ad esempio, nel caso di un nodo appartenente ad una trave con interfaccia sia a destra che a sinistra il nodo è triplo: vengono

riportati gli spostamenti di tutti e tre i nodi (terreno a sinistra[L], sulla trave, e terreno a destra[R]).



Quando è attivato il disegno del diagramma degli spostamenti X o Y cliccando in un punto del dominio vengono costruiti i diagrammi degli spostamenti su due fondamentali (X e Y) passanti per il punto selezionato. Tramite il pulsante **Interroga diagramma**, si attiva l'interrogazione dei diagrammi cliccando all'interno di essi.

Tramite il pulsante diagramma Carico-Spostamento possiamo vedere per ogni nodo il diagramma Carico-Spostamento o Tempo-Spostamento. Una volta premuto il pulsante occorre selezionare (tramite mouse) il nodo desiderato. Diagramma

Può essere utile fare riferimento al seguente video
AztecFEM-Risultati_spostamenti.mp4

15.6 Tensioni a mappa

Nel disegno vengono rappresentate le tensioni mediante mappa a colori. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:

tensioni normali X;

tensioni normali Y;

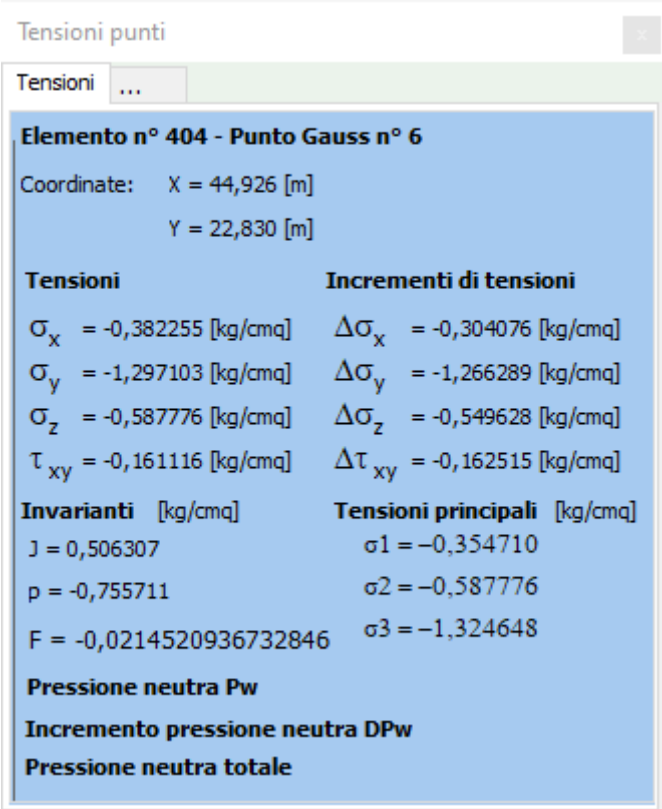
tensioni tangenziali XY;

tensioni normali Z;

pressioni neutre;

incrementi di tensione (rispetto allo stato iniziale) o le tensioni complessive (comprensive dello stato tensionale iniziale);

Le tensioni visualizzate sono sempre le **tensioni efficaci**.



La mappa visualizzata è ottenuta mediante interpolazione dei valori di tensione a partire dai valori nei punti di Gauss dei vari elementi. Si può scegliere il tipo di interpolazione nella finestra richiamata dal pop-up menu alla voce **Modifica interpolazione tensioni**.

L'interrogazione tramite mouse consente di leggere i valori numerici delle tensioni sia in corrispondenza dei nodi che all'interno degli elementi (punti di Gauss).

Nella finestra vengono riportati i valori delle tensioni attuali e gli incrementi rispetto allo stato iniziale nelle unità di misura selezionate. Vengono inoltre riportati i valori delle tensioni principali (σ1, σ2, σ3 con σ1>= σ2>= σ3). Se abbiamo cliccato all'interno dell'elemento (risultati riferiti

ad un punto di Gauss) vengono riportati i valori degli invarianti pressione, ***p***, e deviatore ***J***. Viene inoltre riportato il valore della funzione di snervamento ***F***.

Se il punto considerato è in falda vengono riportati i valori della Pressione neutra iniziale Pw, dell'incremento di pressione neutra DPw, e della pressione neutra totale (Pw+DPw). L'incremento di pressione neutra *esiste solo se* il comportamento del materiale è di tipo '*Non Drenato*' e la modalità di analisi della fase è impostata come *Analisi Non Drenata* o *Analisi di Consolidazione*.

Ricordiamo la convenzione di segno adottata per le tensioni:

tensioni di compressione negative

Può essere utile fare riferimento al seguente video

AztecFEM-Risultati_Tensioni.mp4

15.7 Tensioni punti di Gauss

Nel Metodo degli Elementi Finiti i valori delle tensioni nei nodi sono ottenuti mediante operazione di estrapolazione e di media a partire dai valori nei punti di Gauss (dove le tensioni sono calcolate direttamente). L'operazione di estrapolazione a sua volta introduce un errore. In **Aztec FEM** oltre alle mappe dei valori nodali sono riportati i valori nei punti di Gauss dove le tensioni sono direttamente calcolate e quindi non affette da errori legati all'operazione di estrapolazione e media.
Nel disegno vengono rappresentate le tensioni nei punti di Gauss di tutti gli elementi terreno. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:

tensioni normali X, σ_x

tensioni normali Y, σ_y

tensioni tangenziali XY, τ_{xy}

tensioni normali Z, σ_z

invariante **J**; (ricordiamo che $J = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{6}}$)

pressioni neutre, σ_w

invariante ***p***; (ricordiamo che $p = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$)

tensione principale massima, σ_1

tensione principale massima, σ_3

funzione di snervamento ***F***;

le tensioni complessive o gli incrementi di tensione (rispetto allo stato iniziale);

Andamento valore delle tensioni per il punto nella fase/i.

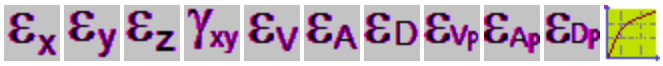
Attivato la funzione si seleziona un punto di Gauss tramite clic, in automatico viene visualizzata la finestra che contente di osservare la curva rappresentativa dell'andamento delle tensioni in funzione del carico (cap. 15.12).

Nella finestra è possibile interrogare le tensioni cliccando con il mouse in prossimità del nodo desiderato: verrà visualizzata la finestra **Tensioni punti** (vedi sopra) che riporta i valori numerici delle tensioni.

Può essere utile fare riferimento al seguente video
AztecFEM-Risultati_Tensioni.mp4

15.8 Deformazioni nei punti di Gauss

Nel disegno vengono rappresentate le deformazioni nei punti di Gauss. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:



deformazione X, ε_x

deformazione Y, ε_y;

deformazione Z, ε_z;

deformazione scorrimento XY, γ_{xy};

deformazione volumetrica, ε_V;

deformazione assiale media;

deformazione deviatorica, ε_D;

deformazione volumetrica plastica, ε_{Vp};

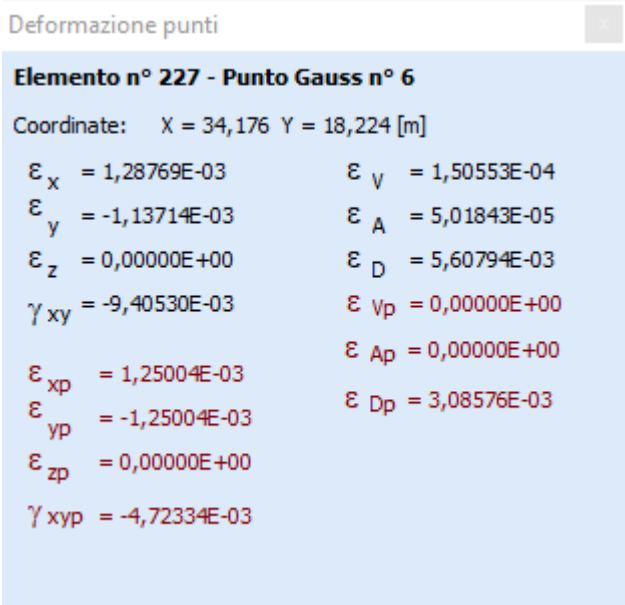
deformazione assiale media plastica;

deformazione deviatorica plastica, ε_{Dp};

Ricordiamo che le deformazioni di espansione sono positive mentre sono negative di contrazione.

Andamento valore delle deformazioni per il punto nella fase/i. Attivato la funzione si seleziona un punto di Gauss tramite clic, in automatico viene visualizzata la finestra che contente di osservare la curva rappresentativa dell'andamento delle deformazioni in funzione del carico (cap. 15.12).

Nella finestra è possibile interrogare le deformazioni cliccando con il mouse in prossimità del punto di Gauss desiderato verrà visualizzata la finestra **Deformazione punti** che riporta i valori numerici delle deformazioni elencate sopra.



Può essere utile fare riferimento al seguente video

[AztecFEM-Risultati_Deformazioni.mp4]

15.9 Risultati travi

Nel disegno vengono rappresentate le sollecitazioni e gli spostamenti di tutte le travi presenti nel modello. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:

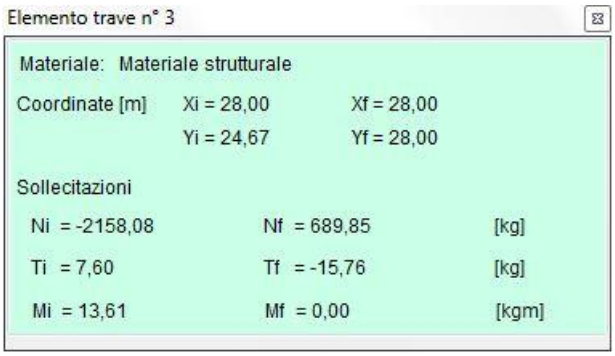
sforzo normale;

taglio;

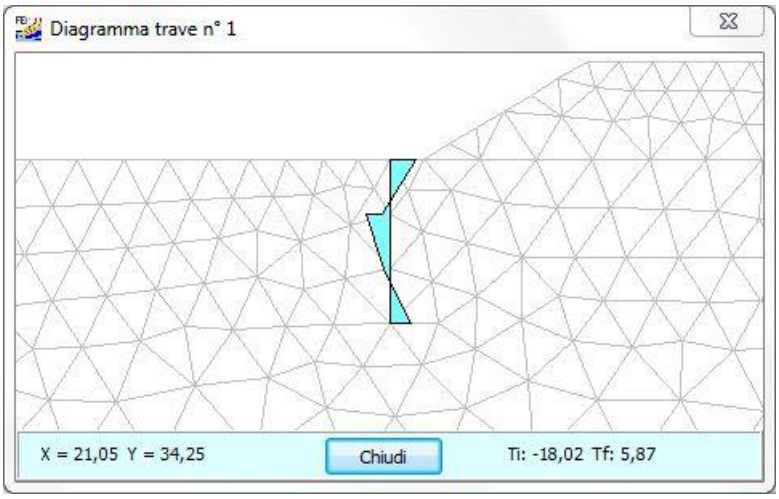
momento;

spostamenti (deformata della trave);

dettaglio trave consente di visualizzare la finestra **Diagramma trave** (vedi sotto) dove vengono disegnati i risultati di una singola trave. Per accedere a tale finestra occorre attivare il pulsante e cliccare sulla trave desiderata.

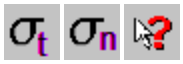


Cliccando all'interno del disegno, in prossimità della trave viene visualizzata la finestra **Elemento trave**, che mostra i valori delle sollecitazioni nei punti iniziale e finale dell'elemento in cui è stata discretizzata la trave. La finestra riporta anche le coordinate dell'elemento trave.



15.10 Risultati interfacce

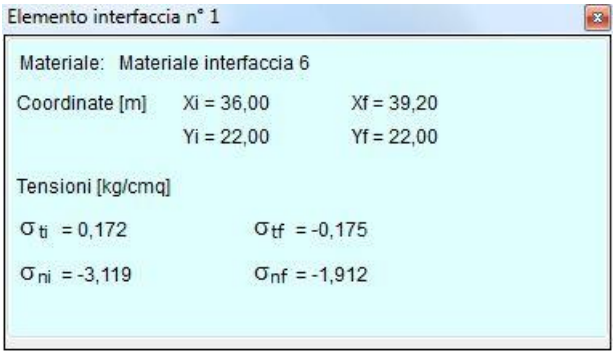
Nel disegno vengono rappresentate le tensioni di interfaccia di tutte le interfacce presenti nel modello. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:



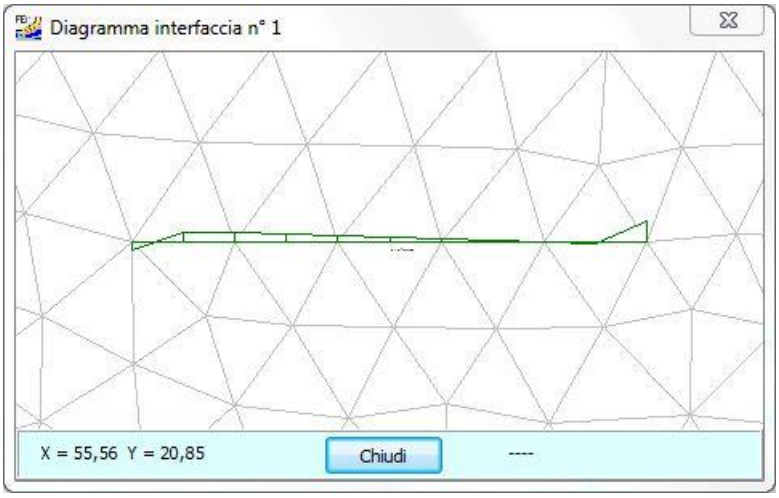
tensione tangenziale;

tensione normale;

dettaglio trave consente di visualizzare la finestra **Diagramma interfaccia** (vedi sotto) dove vengono disegnati i risultati di una singola interfaccia. Per accedere a tale finestra occorre attivare il pulsante e cliccare sull'interfaccia desiderata.

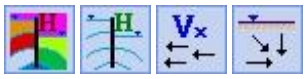


Cliccando all'interno del disegno, in prossimità dell'interfaccia viene visualizzata la finestra **Elemento interfaccia**, che mostra i valori delle sollecitazioni nei punti iniziale e finale in cui è stata discretizzata l'interfaccia. La finestra riporta anche le coordinate dell'elemento interfaccia.

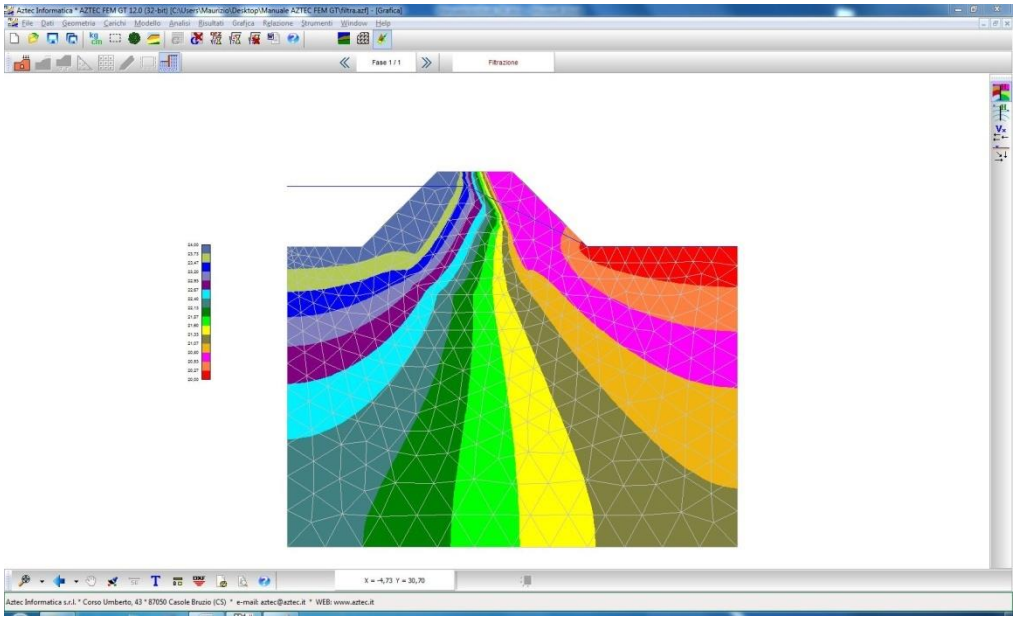


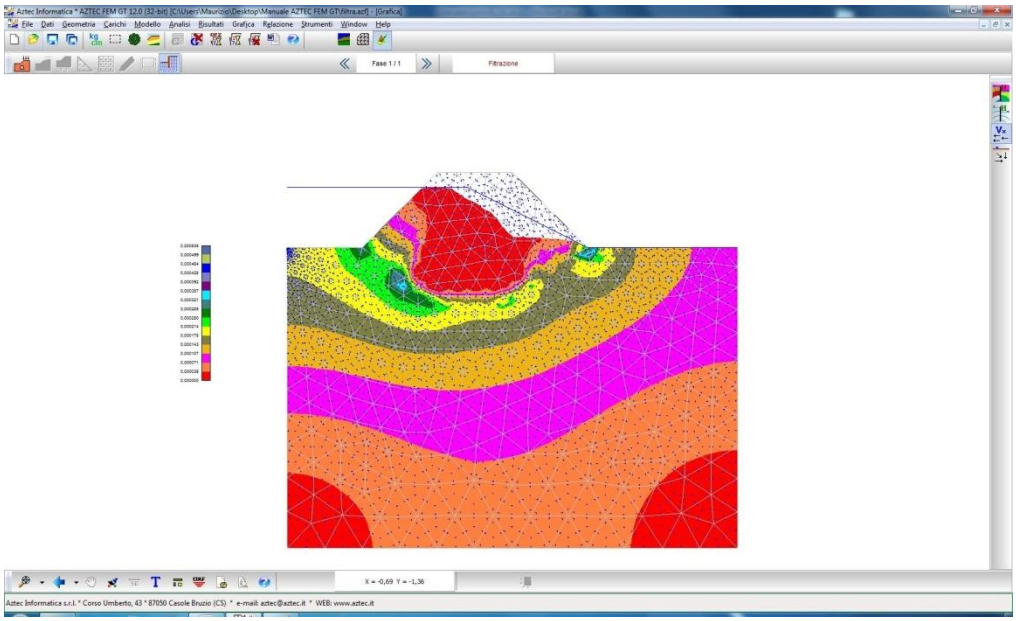
15.11 Risultati filtrazione

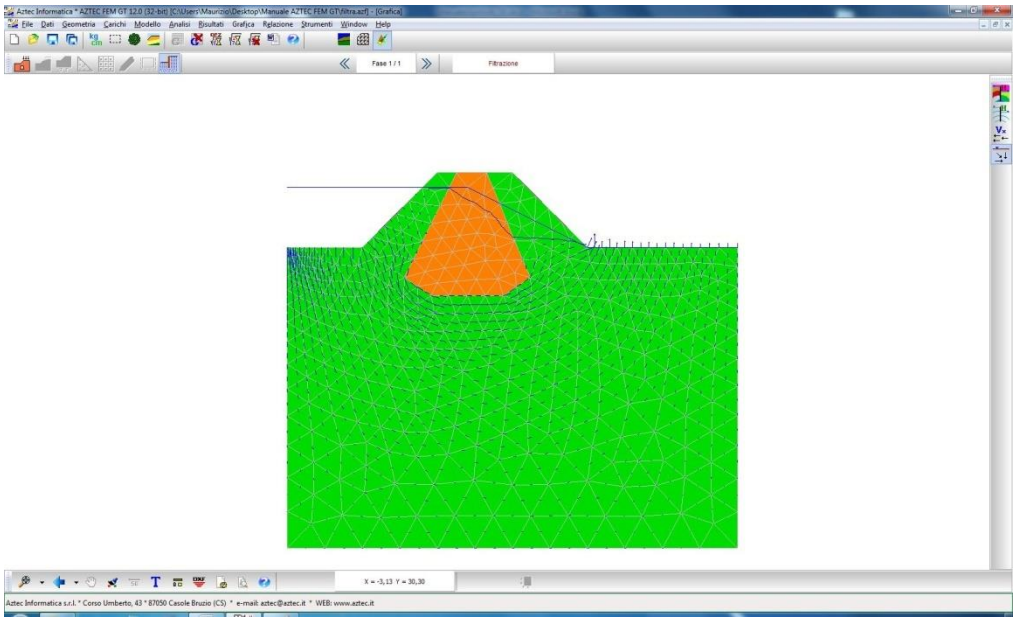
Nel disegno vengono rappresentati potenziale e velocità dell'acqua. Sulla destra compaiono i bottoni che consentono di visualizzare:



Potenziale, mostra l'andamento del potenziale attraverso fasce di colore;
Flusso potenziale, che mostra attraverso delle linee il reticolo di flusso;
Velocità, mostra l'andamento delle velocità attraverso fasce di colore;
Flusso velocità, mostra la direzione del flusso e la dimensione della freccia è proporzionale alla velocità misurata nei vari punti.

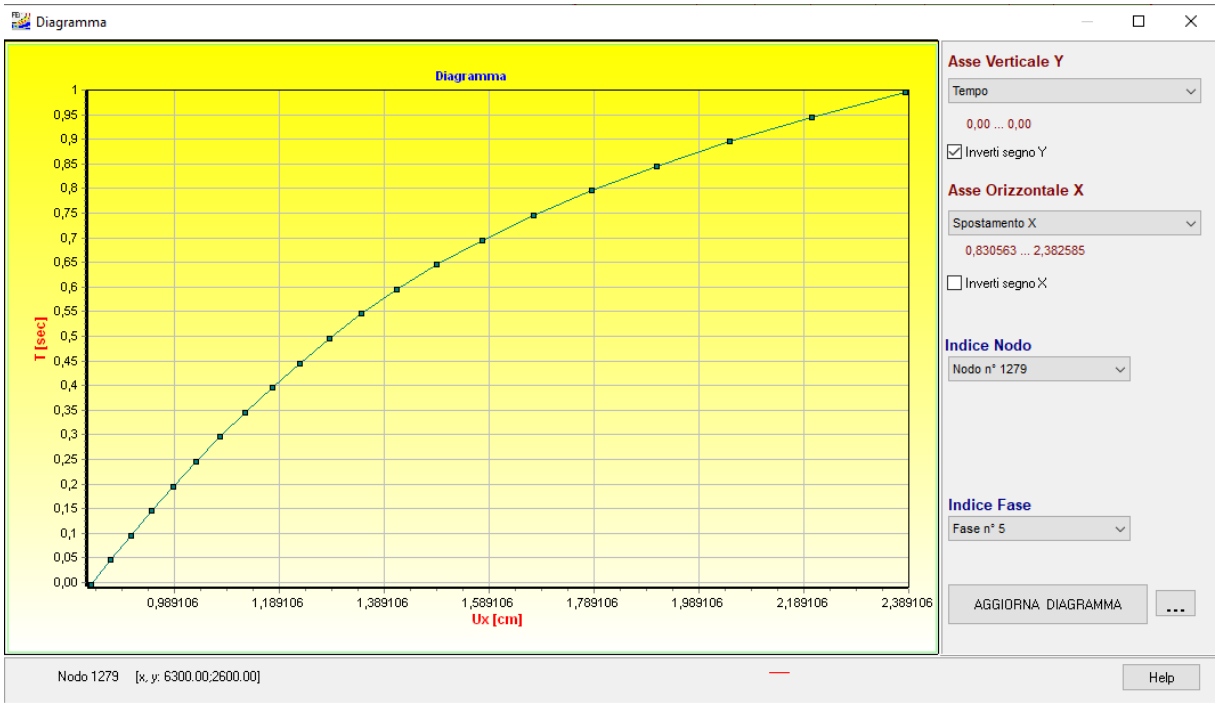



File Dati Geometria Carichi Modello Analisi Risultati Grafica Relazione Strumenti Window Help
Fase 1 / 1
Filtrazione
X = -0,69 Y = -1,36
Aztec Informatica s.r.l. * Corso Umberto, 43 * 87050 Casole Bruzio (CS) * e-mail: aztec@aztec.it * WEB: www.aztec.it


File Dati Geometria Carichi Modello Analisi Risultati Grafica Relazione Strumenti Window Help
Fase 1 / 1
Filtrazione
X = -3,13 Y = 30,30
Aztec Informatica s.r.l. * Corso Umberto, 43 * 87050 Casole Bruzio (CS) * e-mail: aztec@aztec.it * WEB: www.aztec.it

15.12 Diagramma

Il pulsante diagramma sulla barra verticale destra consente di visualizzare per una determinata grandezza (dipende dalla vista selezionata) l'andamento in funzione di altra grandezza selezionabile dall'Utente. Il pulsante è disponibile nella vista degli spostamenti, delle tensioni e delle deformazioni nei punti di Gauss.
E' possibile impostare le grandezze su asse Y ed asse X.



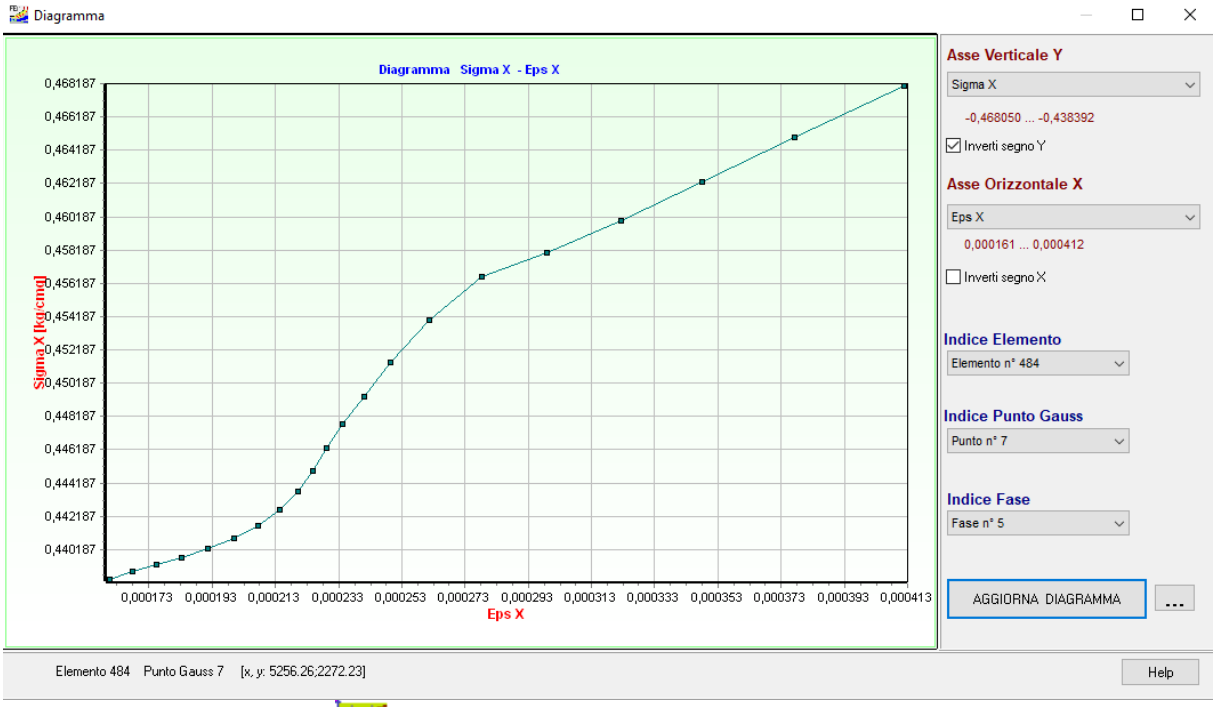
Per visualizzare un diagramma nella vista spostamenti occorre cliccare sul pulsante e poi cliccare in corrispondenza del nodo desiderato.

Per gli assi X e Y è possibile scegliere una delle seguenti grandezze

- Carico X
- Carico Y
- Spostamento X
- Spostamento Y
- Tempo

- Accelerazione X (solo per fasi con Tipo Analisi **Dinamica**)
- Accelerazione Y(solo per fasi con Tipo Analisi **Dinamica**)

Per visualizzare un diagramma nella vista tensioni e deformazioni punti Gauss occorre



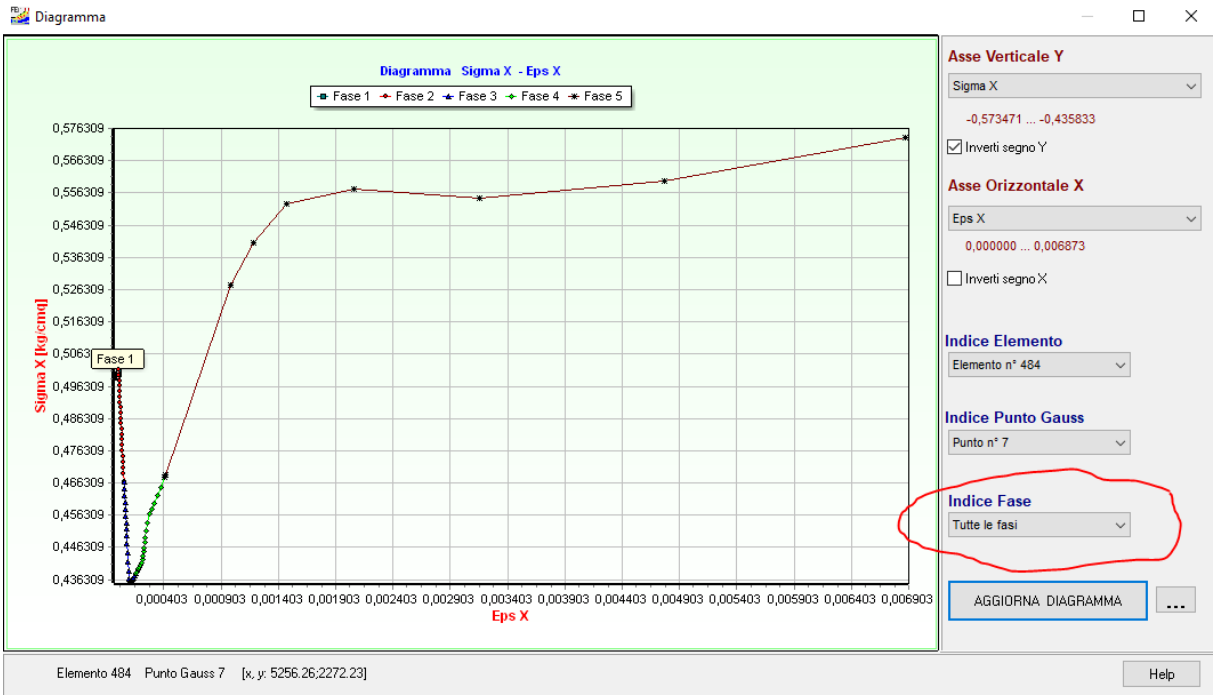
cliccare sul pulsante e poi cliccare in corrispondenza del punto di Gauss desiderato.

Per gli assi X e Y è possibile scegliere una delle seguenti grandezze

- Sigma X
- Sigma Y
- Sigma Z
- Tau XY
- Pressione (p=[σ_x+σ_y+σ_z]/3)
- Deviatore **J**
- Eps X
- Eps Y
- Eps Z
- Gamma XY
- Deformazione Volumetrica
- Deformazione assiale media

- Deformazione Deviatorica
- Deformazione Volumetrica Plastica
- Deformazione assiale media Plastica
- Deformazione Deviatorica Plastica
- Carico X
- Carico Y
- Tempo

Oltre alle grandezze da diagrammare è possibile selezionare la fase di riferimento (di default è la fase attiva nella finestra grafica).



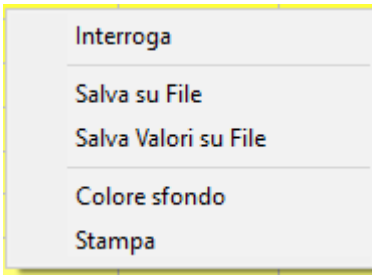
In particolare, è possibile selezionare anche ***Tutte le fasi***.

Il parametro *TEMPO* che è possibile selezionare su asse X o su asse Y rappresenta proprio il valore del tempo nelle fasi in cui esso esplicitamente in gioco (analisi dinamiche, analisi di consolidazione, filtrazione transient). Nelle fasi statiche (equilibrio, collasso) il tempo va inteso come il moltiplicatore dei carichi. Nelle fasi di riduzione parametri il parametri tempo rappresenta il fattore di riduzione dei parametri.

È possibile accedere al menu popup del diagramma (tasto destro del mouse) tramite il quale è possibile esportare il diagramma, interrogare il diagramma, cambiare il colore di sfondo.

15.12.1 Stampa ed esportazione diagramma

I diagrammi visualizzati nella finestra sopra descritta possono essere stampati, esportati in formato bmp o esportati in formato numerico (testo).
Cliccando con il tasto destro del mouse sul diagramma visualizzato viene aperto il menù popup per la gestione delle funzioni di stampa ed esportazione.



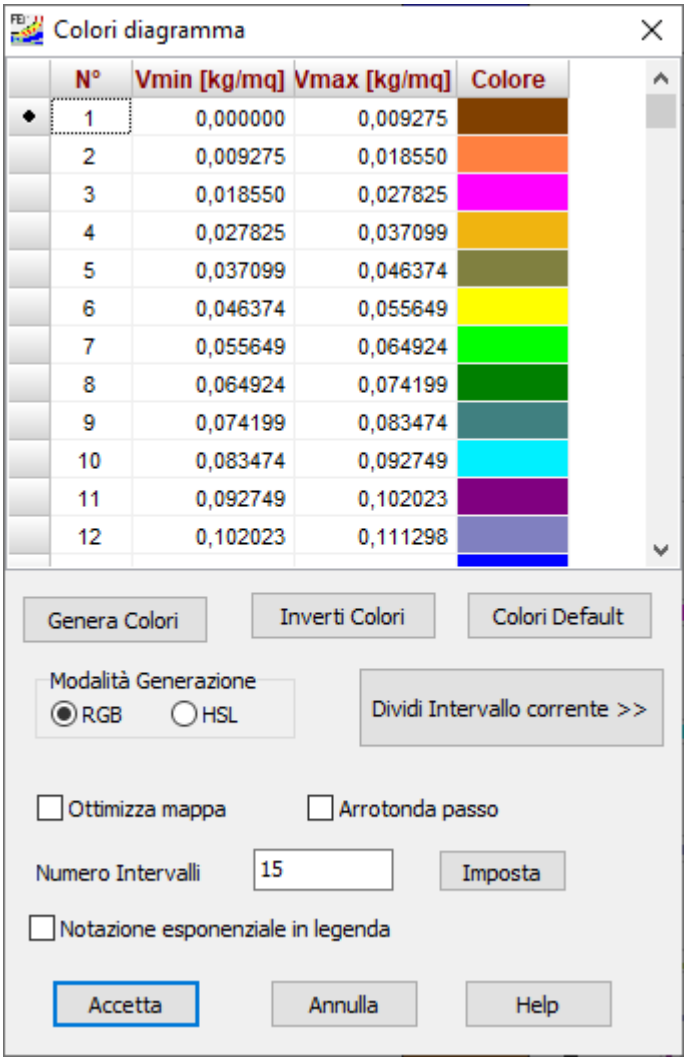
15.13 Opzioni quotature

E' possibile accedere alla finestra **Opzioni quotature** cliccando sull'omonimo pulsante della barra orizzontale inferiore.

Nella finestra è possibile attivare le quotature e definire per ogni tipo di oggetto la modalità di rappresentazione (incluso il tipo di font da usare).

Per la quotatura del profilo topografico è possibile attivare le quote parziali, progressive e altimetriche.

15.14 Mappa Colori



Tramite il pulsante posto sulla barra inferiore della finestra.

È possibile accedere alla finestra per la gestione delle mappe a colori utilizzate per la gestione di mappe spostamenti, tensioni, potenziale idraulico, etc.

Nella finestra, per ogni vista, vengono visualizzati gli intervalli di valori ed il relativo colore associato.

Si possono impostare:

Numero di Intervalli desiderati

Modalità colore (RGB o HSL)

Notazione esponenziale o decimale

È possibile generare una famiglia diversa di colori, invertire i colori scelti. Inoltre un determinato intervallo di valori può essere suddiviso in più intervalli tramite il pulsante **Dividi Intervallo corrente**.

È anche possibile ottimizzare la mappa e richiedere una suddivisione in intervalli con valori arrotondati.

Può essere cambiato il colore relativo ad un determinato intervallo mediante doppio click sulla colonna '**Colore**'

Le modifiche vengono effettuate tramite il pulsante **Imposta**.

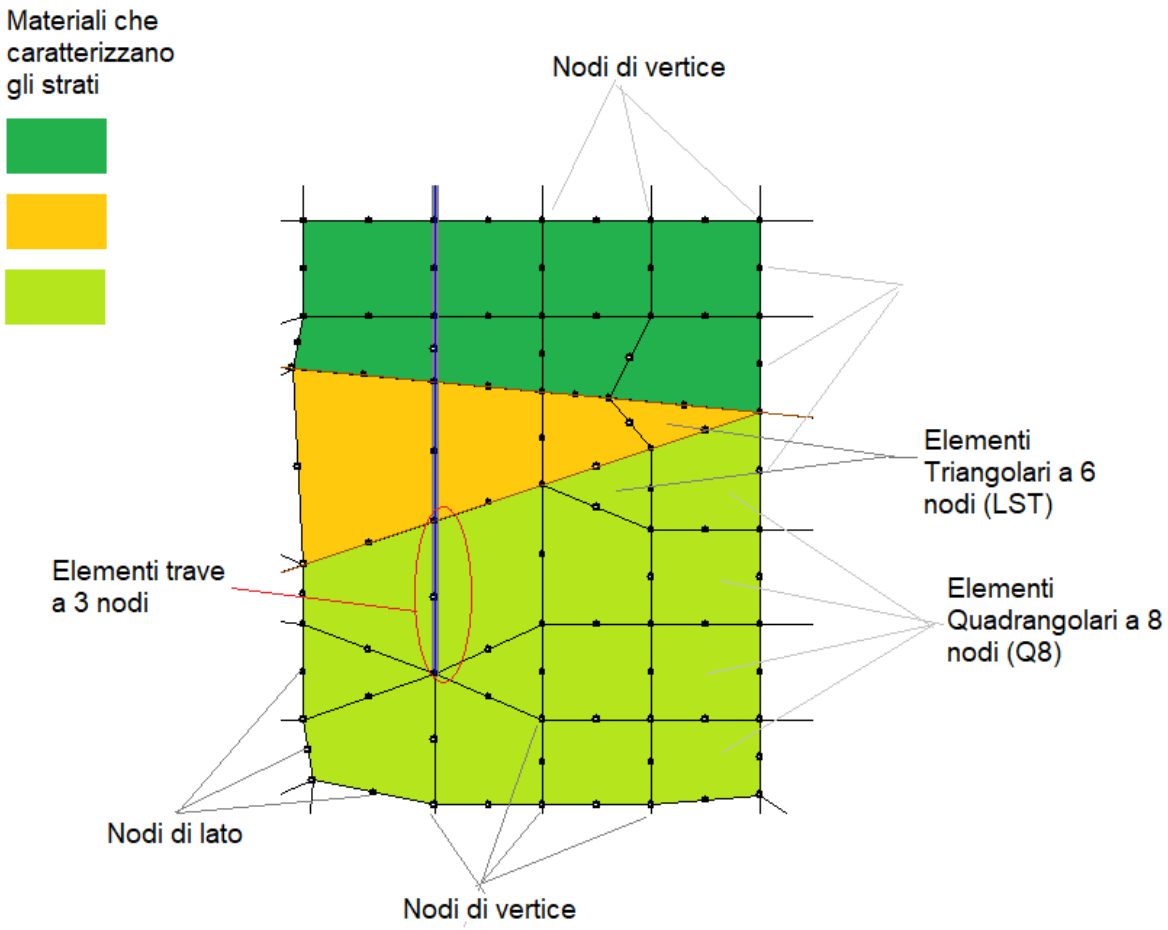
MANUALE TEORICO

16 Generazione Modello

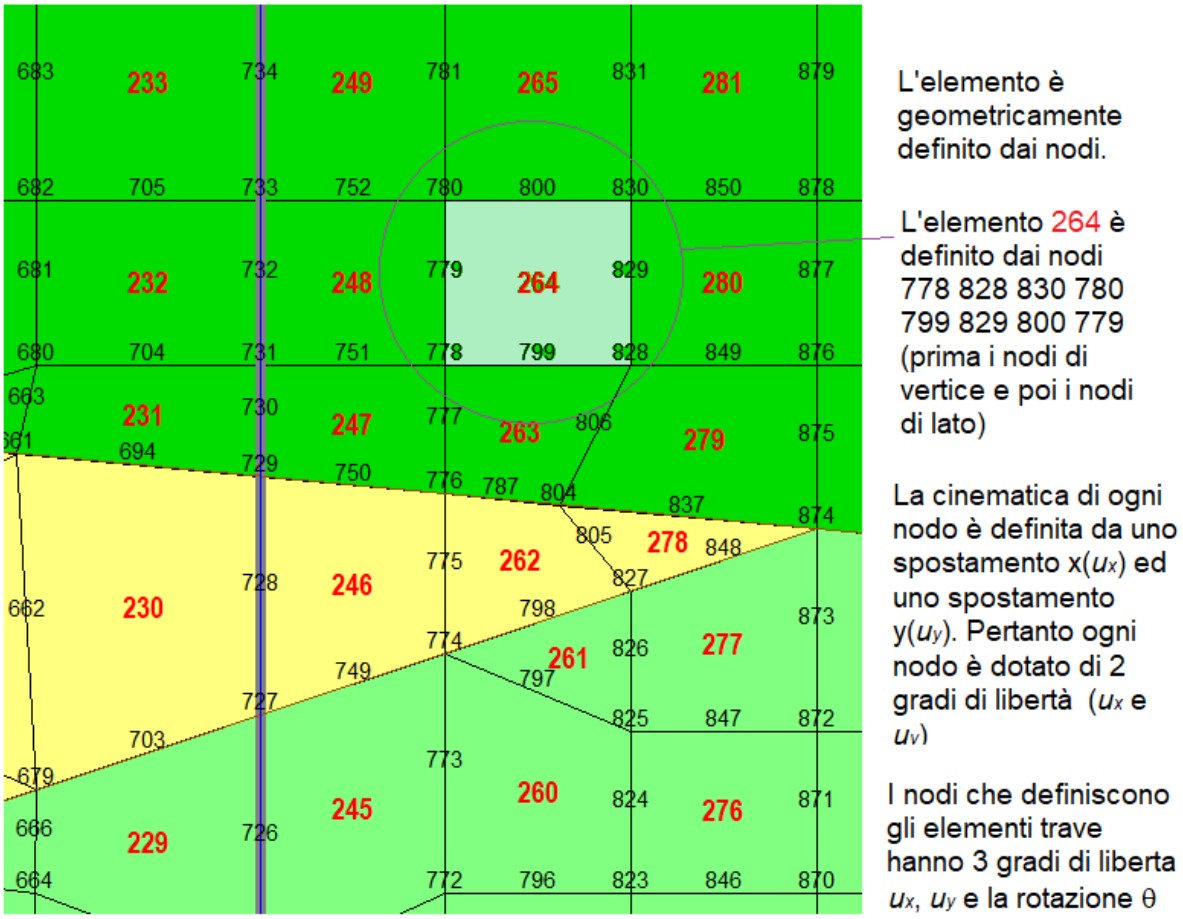
La generazione del modello è l'operazione che permette di effettuare la trasformazione dallo schema 'reale' composto da superfici, strati, elementi strutturali, al modello di calcolo composto da **elementi finiti** e **nodi**.

16.1 Elementi, Nodi, Gradi di Libertà

La generazione della mesh (generazione del modello) è una operazione fondamentale in un modello ad Elementi Finiti. Il generatore deve essere capace di mappare in modo preciso il dominio da analizzare tenendo conto di linee di separazione tra materiali, della presenza di carichi e vincoli oltre che di oggetti strutturali. Inoltre, in una gestione



Numerazione elementi in rosso
Numerazione nodi in nero



a fasi il generatore deve tener conto di tutte gli oggetti la cui presenza è variabile da fase a fase.

Tutti gli elementi ed i nodi della mesh sono individuati da un indice. Gli elementi sono connessi tra di loro tramite i nodi che pertanto ne individuano la geometria. La cinematica di ogni nodo è caratterizzata dallo spostamento in direzione x (u_x) ed y(u_y). Ogni nodo possiede pertanto due **gradi di liberta**(*gdl*). Fanno eccezione i nodi che caratterizzano gli elementi trave che oltre ad avere i gradi di libertà traslazionali hanno il grado di liberta alla rotazione (la cinematica di una trave è caratterizzata da traslazioni e rotazioni nodali).

Il numero di gradi di libertà di un nodo dipende dalla dimensione del problema (bidimensionale o tridimensionale) e dal tipo di problema. In un problema meccanico (formulazione agli spostamenti) gli spostamenti nodali sono le variabili primarie (2 spostamenti per nodo).

Nelle analisi di filtrazione (bidimensionale) esiste un solo grado di libertà per nodo (il potenziale idraulico). Nelle fasi di consolidazione ogni nodo possiede 3 gradi di libertà: spostamenti u_x e u_y e pressione neutra p_w.

In **AZTEC FEM GT** i nodi della mesh sono numerati da sinistra a destra e dal basso verso l'alto. Lo stesso schema è utilizzato per la numerazione degli elementi.

Il programma **AZTEC FEM GT**, in funzione delle opzioni selezionate dall'Utente, effettua in automatico la generazione della mesh.

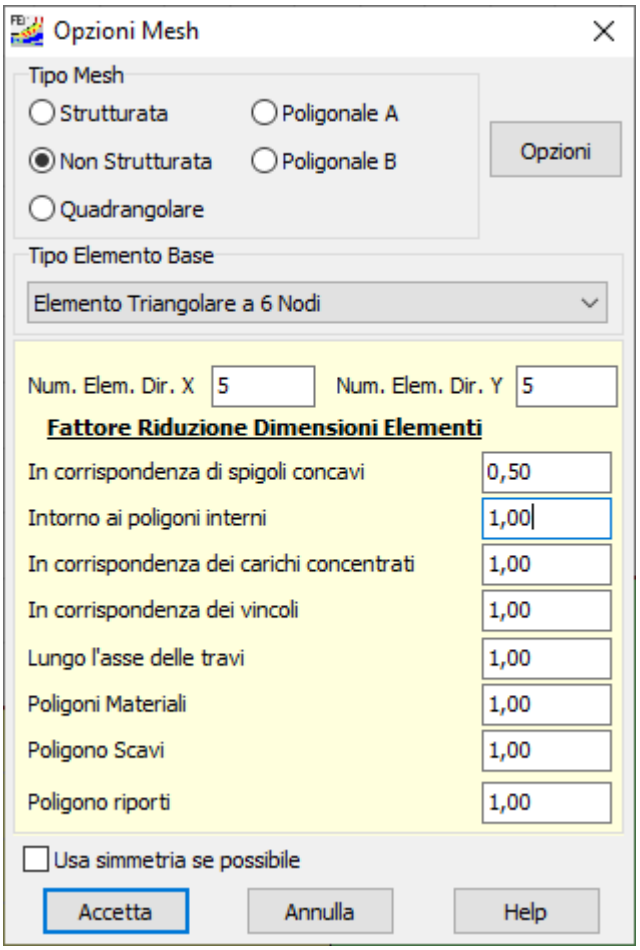
Di seguito elenchiamo alcuni ***vincoli di generazione*** che il generatore di mesh deve rispettare nel passaggio dallo schema reale al modello

- Ogni elemento generato dovrà essere caratterizzato da un unico materiale.
- Ogni variazione di pendenza delle superfici dovrà essere rappresentata nel modello
- In corrispondenza di vincoli o carichi concentrati dovrà essere presente un nodo
- I segmenti che rappresentano linee di carico, linee di vincolo, linee di interfaccia, travi dovranno coincidere in modo esatto con una serie di lati degli elementi.
- Un poligono (carico di volume, espansione volumetrica, scavo) disposto all'interno del dominio dovrà essere mappato in modo preciso da elementi.

Nel solutore di **AZTEC FEM GT** sono previsti i seguenti tipi di elementi finiti:

- Elementi triangolari a 3 nodi (CST)
- Elementi triangolari a 6 nodi (LST)
- Elementi triangolari a 15 nodi
- Elementi quadrangolari a 4 nodi
- Elementi quadrangolari 8 nodi
- Elementi quadrangolari 9 nodi
- Elemento trave/asta a 2 nodi
- Elemento trave/asta a 3 nodi
- Elemento interfaccia Slip
- Elemento Interfaccia molla

16.2 Opzioni per la generazione del modello



Aztec FEM consente di selezionare diversi schemi per la generazione della mesh.

Se desideriamo utilizzare elementi triangolari lo schema di mesh più adatte sono la mesh non strutturata e la mesh strutturata.

Per l'utilizzo di elementi quadrangolari si prestano meglio la generazione quadrangolare e poligonale (con varianti A e B).

Si impostano il numero di elementi desiderati nella direzione X ed Y ed il fattore di riduzione (compreso tra 0.1 ed 1) in corrispondenza di particolari oggetti.

Il check ***Usa simmetria se possibile*** comunica al generatore che qualora vi fossero le condizioni di geometria è desiderata una mesh simmetrica rispetto all'asse verticale.

In letteratura esistono diversi metodi per la generazione della mesh di elementi su una regione di forma qualsiasi.

Il metodo sicuramente più noto si basa sulla tecnica di triangolazione di Delaunay che consente di ottenere mesh di elementi triangolari. Con tale metodo la mesh ottenuta è ottimizzata nel senso che fra tutte le triangolazioni possibili quella di Delaunay minimizza il massimo angolo e massimizza il minimo angolo generando in tal modo elementi che hanno il più basso rapporto di distorsione.

Il metodo più noto per la generazione di mesh di elementi quadrangolari si basa invece sulla tecnica definita come *advancing front method*.

Nella generazione di mesh di elementi quadrangolari recentemente sono stati sviluppati diversi metodi (i cosiddetti metodi indiretti) che generano una mesh di elementi quadrangolari a partire da una mesh di elementi triangolari.
Una ulteriore metodologia per la generazione di mesh quadrangolari consiste nella scomposizione del poligono originario in poligoni più semplici ed adottare poi su ciascuno dei poligoni così ottenuti una delle tecniche note (ad esempio advancing front).

Analizzeremo di seguito le varie modalità digenerazione.

16.2.1 Mesh Strutturata e Non Strutturata

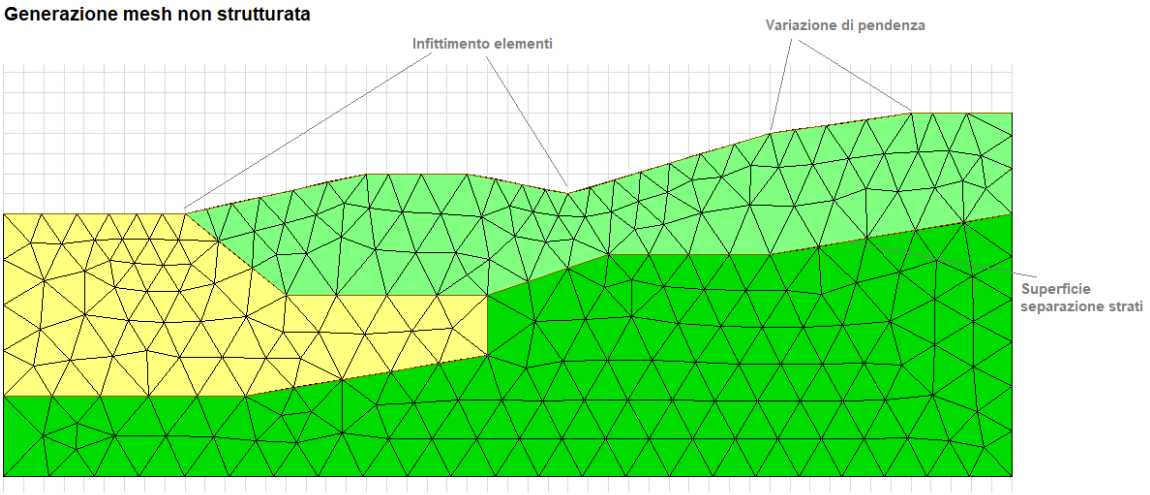
La mesh **Non Strutturata** sicuramente è lo schema più utilizzato e flessibile.

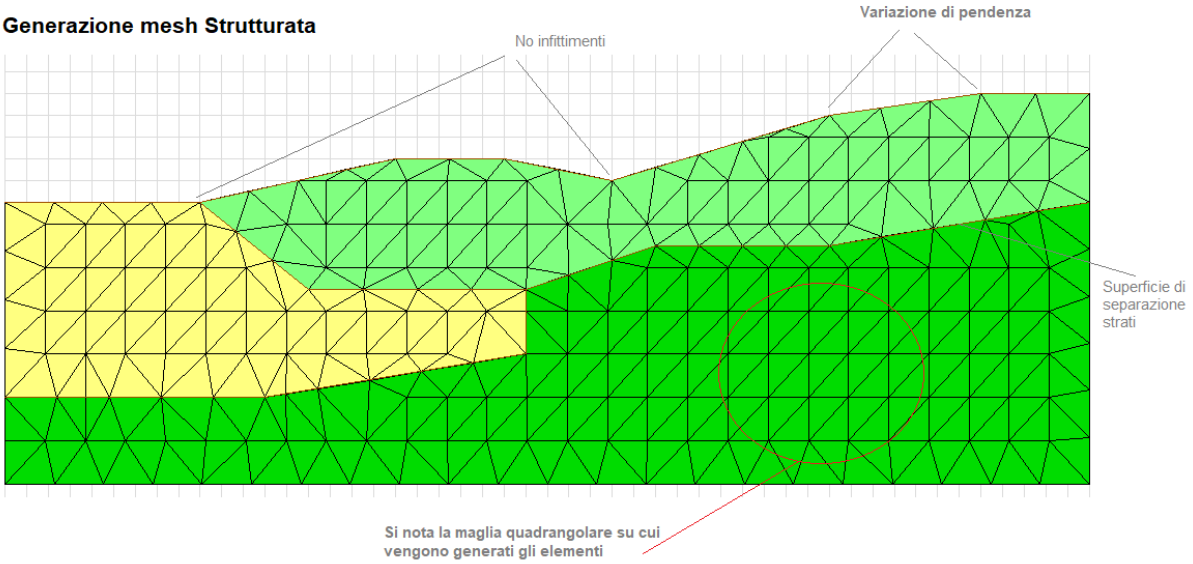
La generazione secondo questo schema si basa sul principio di Delaunay (minimizzazione del massimo angolo e massimizzazione del minimo angolo per ogni triangolo generato).

Se non ci sono molti 'disturbi' questo schema permette di ottenere mesh regolari di ottima qualità.

Nella generazione si tiene conto del numero di elementi desiderati e del fattore di riduzione degli elementi.

La mesh **Strutturata** viene generata su una maglia di punti predefinita generata all'interno del dominio rispettando i vincoli di generazione e la dimensione richiesta degli elementi.

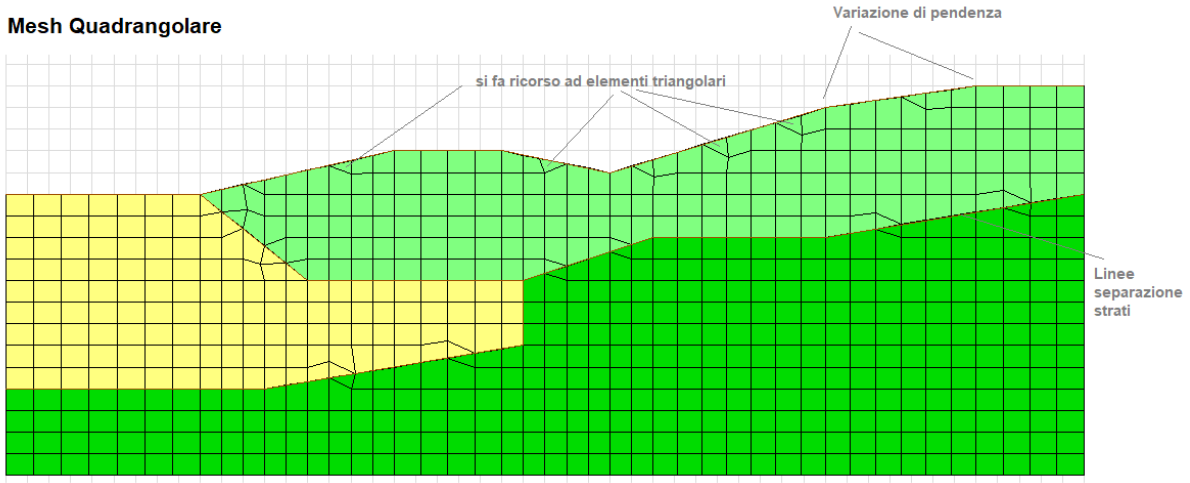




Le mesh rappresentate in figura rappresentano i due schemi di generazione sopradescritti. Entrambe rispettano i ***vincoli di generazione*** (separazione di strati e variazioni di pendenza sono rispettate in entrambi i casi). Si nota a vista la maggiore regolarità della mesh non strutturata. Dal questo punto di vista un triangolo equilatero rappresenta l'optimum. Inoltre, la mesh non strutturata gestisce la richiesta di infittimento in corrispondenza degli spigoli concavi.

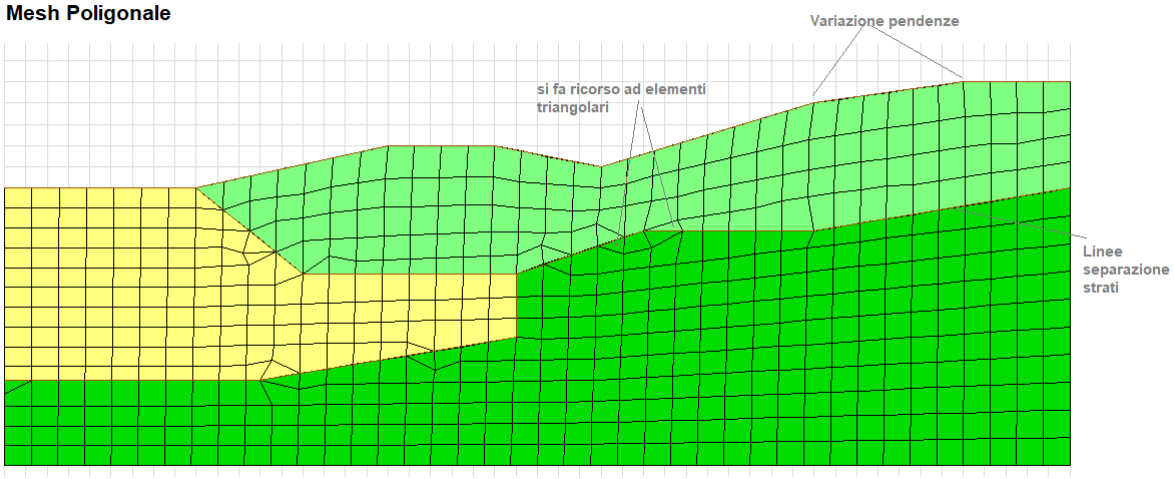
16.2.2 Mesh Quadrangolare e Poligonale

Se si decide di utilizzare elementi quadrangolari la mesh più appropriata è da selezionare tra mesh **Quadrangolare** o **Poligonale**.
I metodi per generare le mesh quadrangolari non si basano su un principio matematico come il metodo di Delaunay ma fanno ricorsi a metodi più 'pratici'.
In alcuni casi di maggiore complessità non si riesce a generare una mesh di qualità accettabile.
Lo schema **Quadrangolare** si basa su una suddivisione in quadrati o rettangoli del dominio.



Dove necessario si fa ricorso ad elementi triangolari (compatibili con i quadrangolari di base). In situazioni semplici come quella in figura il risultato è di buona qualità ma in situazioni più complesse la qualità della mesh tende a degenerare.

Lo schema **Poligonale** si basa su una suddivisione in *quadrangoli* del dominio.

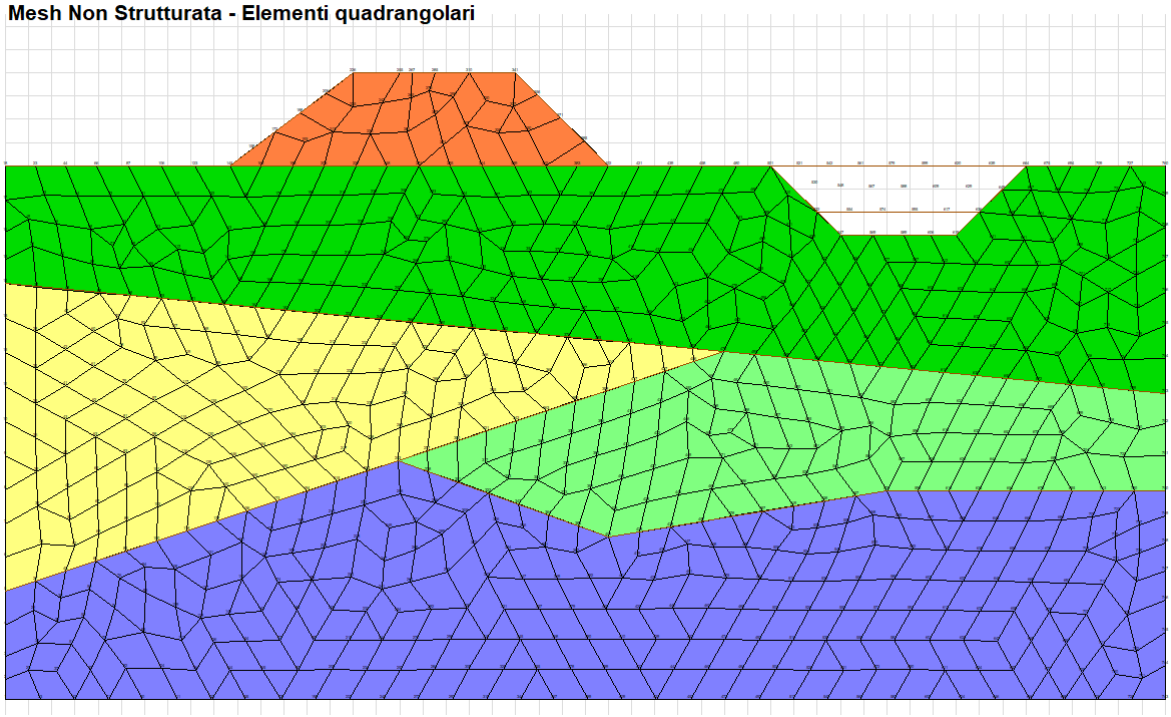


Anche in questo schema, dove necessario, si fa ricorso ad elementi triangolari (compatibili con i quadrangolari di base). In situazioni semplici come quella in figura il risultato è di buona qualità ma in situazioni più complesse la qualità della mesh tende a degenerare.

16.2.3 Mesh Mista

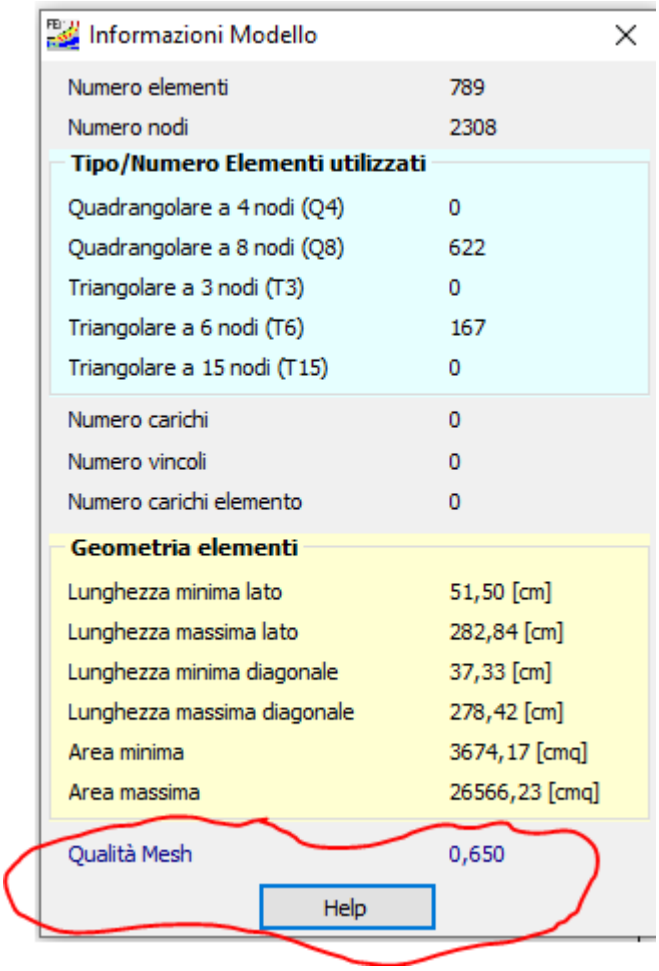
Quando si usa uno schema per mesh triangolari (Strutturata o Non Strutturata) e si vuole utilizzare un elemento quadrangolare il generatore di mesh costruisce gli elementi quadrangolari accorpando gli elementi triangolari di base. Il risultato in generale sarà una mesh *mista* composta da elementi quadrangolari e triangolari.
È inoltre possibile generare una mesh Quadrangolare o Poligonale e utilizzare un elemento triangolare.

Nel caso di mesh mista (elementi triangolari e quadrangolari presenti contemporaneamente) **Aztec FEM** provvede a utilizzare elementi compatibili tra di loro. I possibili accoppiamenti sono:
Triangolare 3 nodi con Quadrangolare 4 nodi
Triangolare 6 nodi con Quadrangolare 8/9 nodi

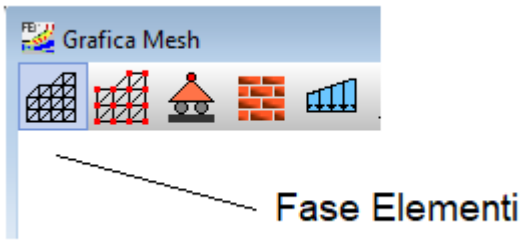


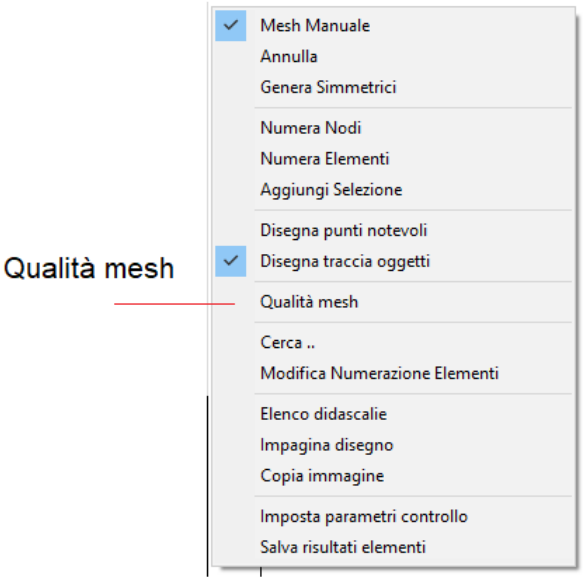
16.3 Qualità della Mesh

La qualità della mesh è una grandezza misurabile e viene riportata nella finestra Informazioni Modello insieme ad altre informazioni quali tipo e numero di elementi e numero nodi. La qualità della mesh può assumere un valore compreso tra 0 e 1.



Aztec FEM consente di visualizzare graficamente la qualità della mesh nella finestra Grafica Mesh. Occorre attivare la fase Elementi e selezionare **Qualità Mesh** dal menu popup (tasto destro del mouse)

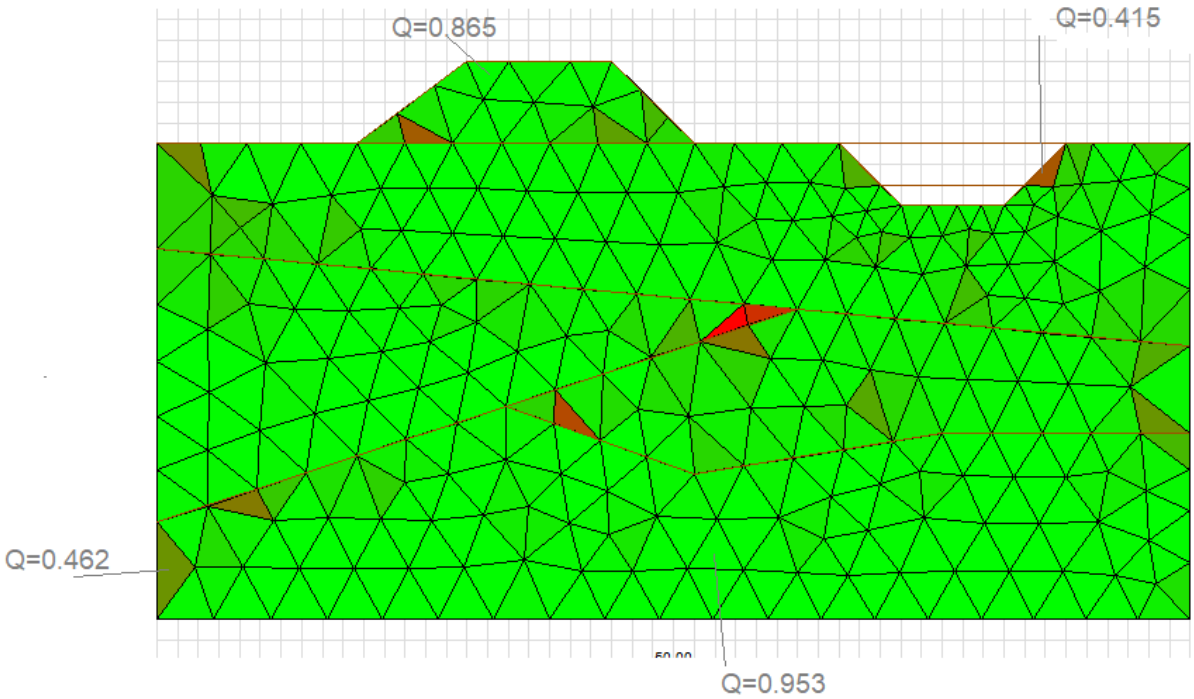


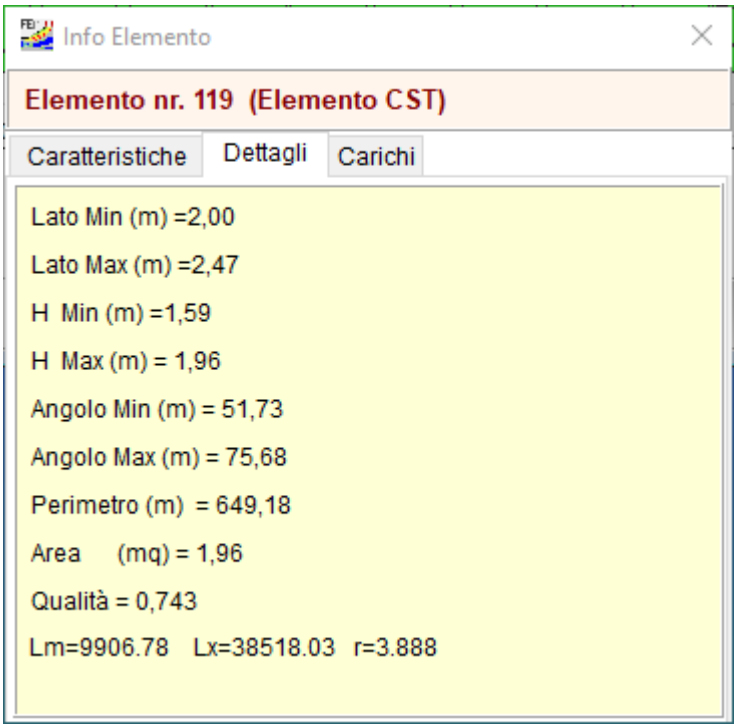


La colorazione di ogni elemento indica la qualità dello stesso. La colorazione rossa o tendente al rosso indica una scarsa qualità mentre una colorazione verde indica una buona qualità.

Il valore numerico è disponibile interrogando l'elemento (pagina dettagli).

Q=Qualità Elemento [0..1]





La qualità **Qt** per un elemento triangolare) viene definita come il rapporto minimo tra altezza e relativa base per ogni lato del triangolo rapportata al coseno di 30°.

$$Qt=(h/b)/\cos(30°)$$

Inoltre si assume

$$Ql=L_{min}/L_{max}$$

Dove L_{min} ed L_{max} sono la lunghezza minima e massima tra i lati.

Per un triangolo equilatero Q_t=1 e Q_l=1

Assumiamo come qualità dell'elemento triangolare il valore

Q=min(Qt, Ql).

Per un elemento quadrilatero

$$\mathbf{Qq = D_{min}/D_{max}}$$

dove D_{min} e D_{max} rappresentano la lunghezza minima e massima delle diagonali

$$\mathbf{Ql = L_{min}/L_{max}}$$

La qualità **Q** viene definita come

$$\mathbf{Q = min\ (Qq, Ql)}$$

Per un elemento quadrato **Qq**=1 e **Ql**=1 e quindi **Q=1**.

La qualità complessiva della mesh viene calcolata come media pesata (come peso si considera l'area dell'elemento) della qualità di tutti gli elementi.

$$Q_{Mesh} = (\sum Q_e * A_e)/\sum A_e$$

Q_e ed A_e rappresentano rispettivamente qualità ed area del singolo elemento e la sommatoria si intende estesa a tutti gli elementi della mesh.

16.4 Mesh Travi e Aste

Quando nel modello sono presenti oggetti travi o aste la generazione consentire la corretta connessione tra gli elementi (piani) del terreno e gli elementi trave.

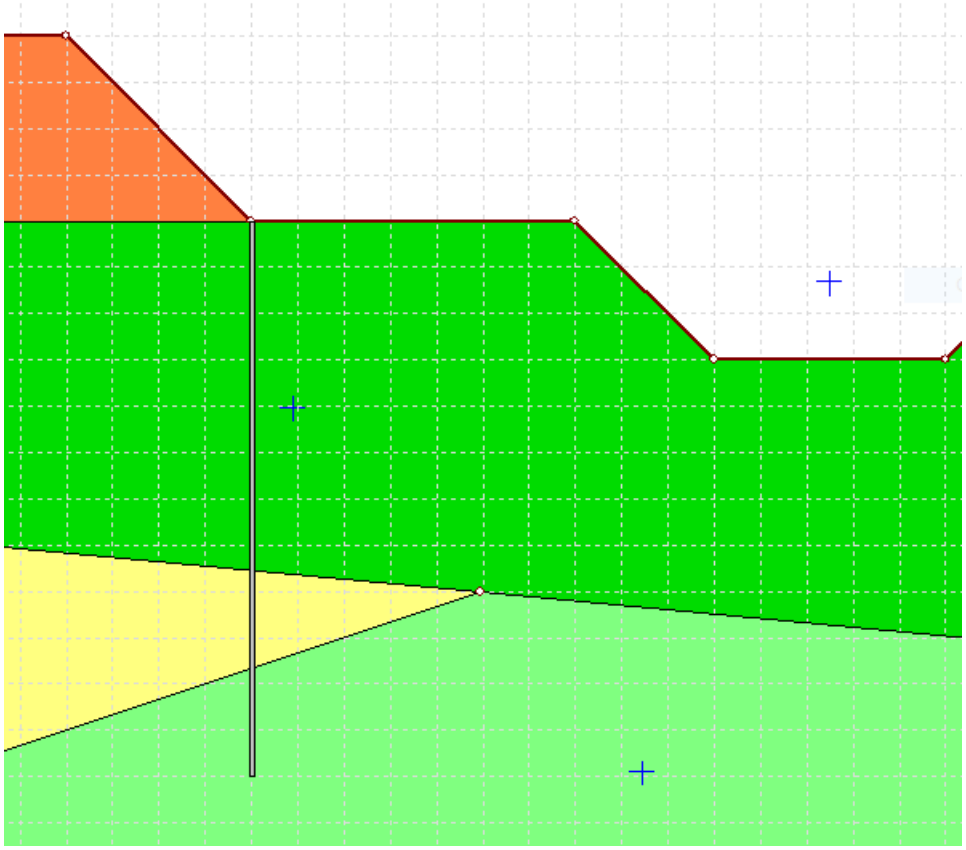
Aztec FEM utilizza elementi trave (con o senza deformabilità tagliante) con 2 o 3 nodi.

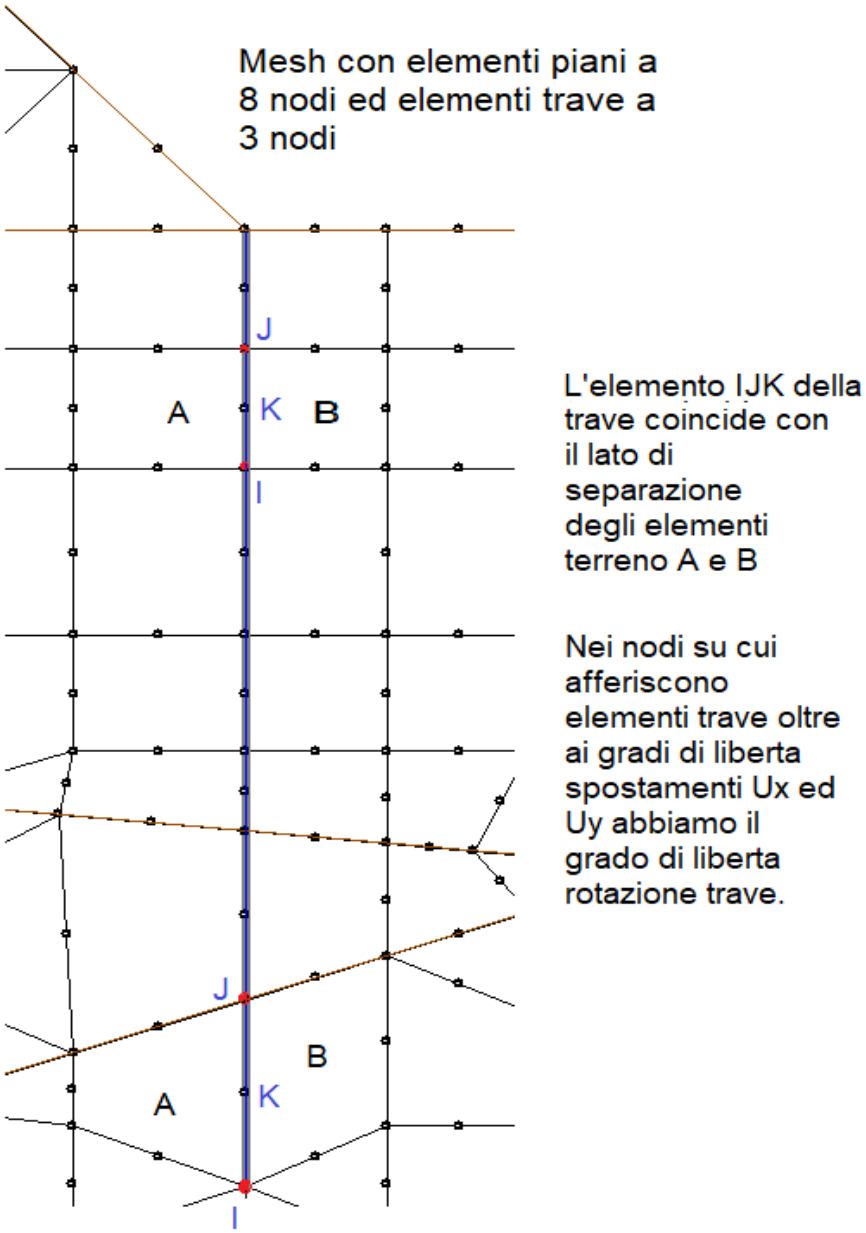
In automatico vengono usati elementi a 2 nodi se la mesh è costituita da elementi triangolari a 3 nodi o quadrangolari a 4 nodi;

se a mesh è costituita da elementi con nodi di lato (triangolare a 6 nodi o quadrangolari con 8 o 9 nodi) viene usato l'elemento trave a 3 nodi.

Se in Opzioni Modello è stata impostata l'opzione *Usa sempre elementi a 2 nodi* verrà utilizzato sempre l'elemento trave a 2 nodi.

Il segmento trave viene suddiviso in tanti elementi. Ogni elemento della trave coincide con i lati degli elementi adiacenti alla trave.



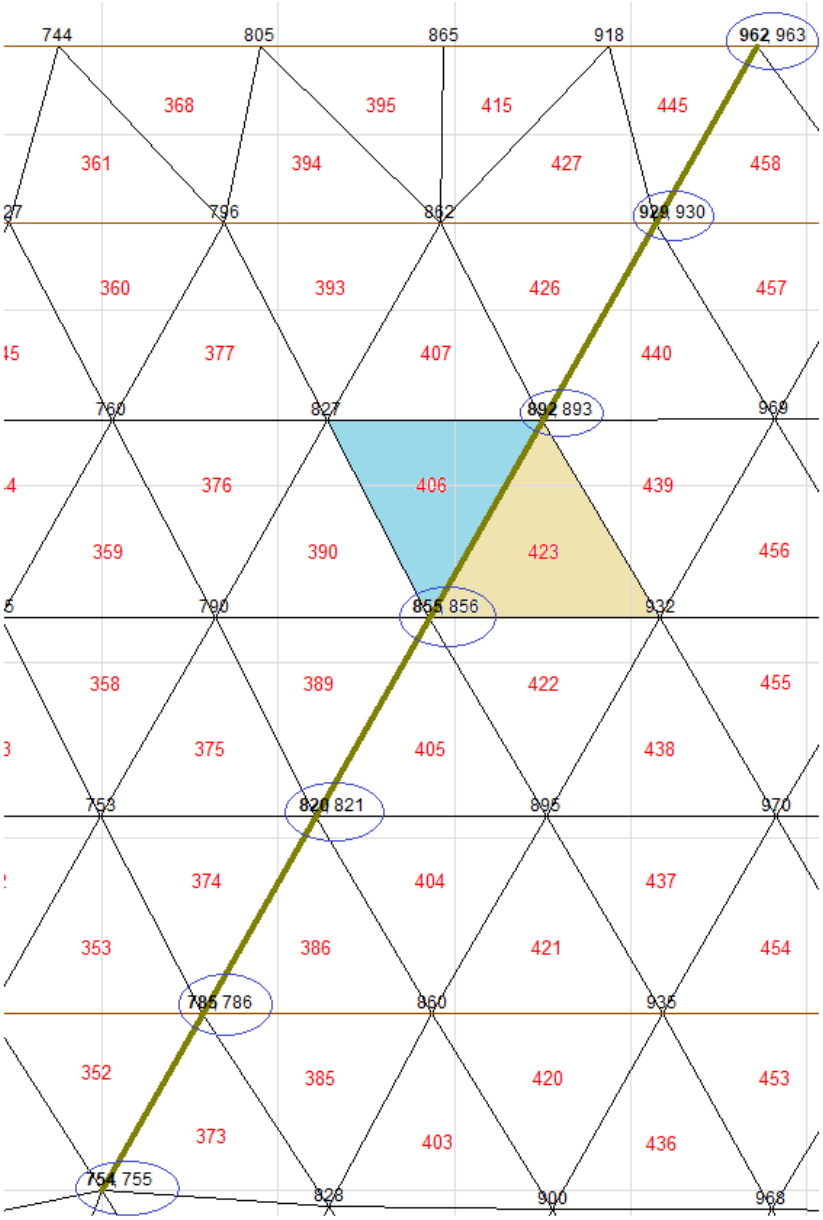


Se si fosse imposto l'utilizzo dell'elemento a 2 nodi invece che l'elemento a 3 nodi il generatore avrebbe inserito al posto dell'elemento **IJK** due elementi diversi: l'elemento **IK** e l'elemento **KJ**.

16.5 Mesh in presenza di interfacce

In **Aztec FEM** possiamo definire le interfacce in due modi diversi: inserimento di una linea di interfaccia in modo esplicito oppure attribuzione di una o due interfacce ad oggetti trave. Il generatore di mesh raddoppia i nodi disposti lungo le interfacce. In tal modo essi, pur occupando inizialmente la stessa posizione fisica, possono subire

spostamenti relativi tra di loro. Quando nell'interfaccia viene superata la resistenza a trazione si ha un distacco (in direzione normale). Se si supera la resistenza tangenziale (Coulomb $\tau = c+\sigma\ \mathrm{tg}(\phi)$) si ha uno scorrimento tra i due lembi dell'interfaccia.



Tutti i nodi giacenti sul segmento interfaccia sono nodi doppi (condividono la stessa posizione ma sono separati) e possono subire spostamenti relativi tra di loro.

L'elemento 406 e l'elemento adiacente 423 afferiscono a nodi diversi. L'elemento 406 è definito dai nodi 855 892 827 mentre l'elemento 423 è definito dai nodi 856 932 893.

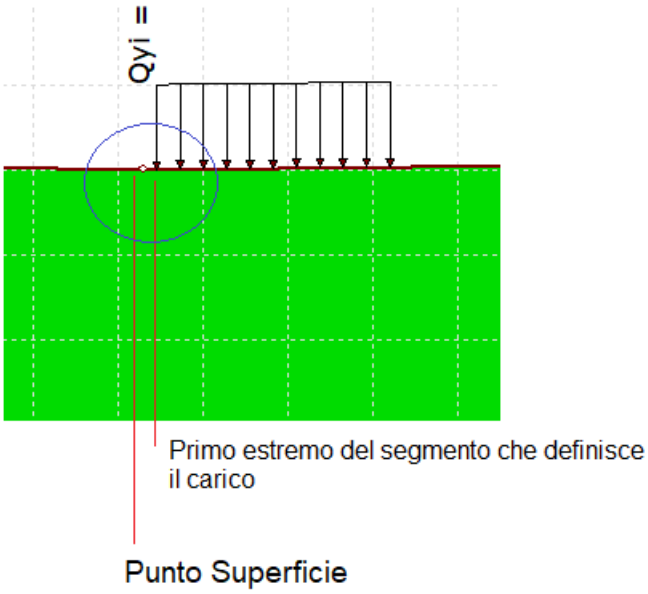
Lo spostamento relativo tra i nodi di interfaccia dipende dalla rigidezza normale (Kn) e tangenziale (Kt) dell'interfaccia.La rottura normale (distacco) dipende dalla resistenza a trazione mentre la rottura per scorrimento dipende dai parametri c(coesione) e ϕ(angolo di attrito) assegnati al materiale interfaccia.

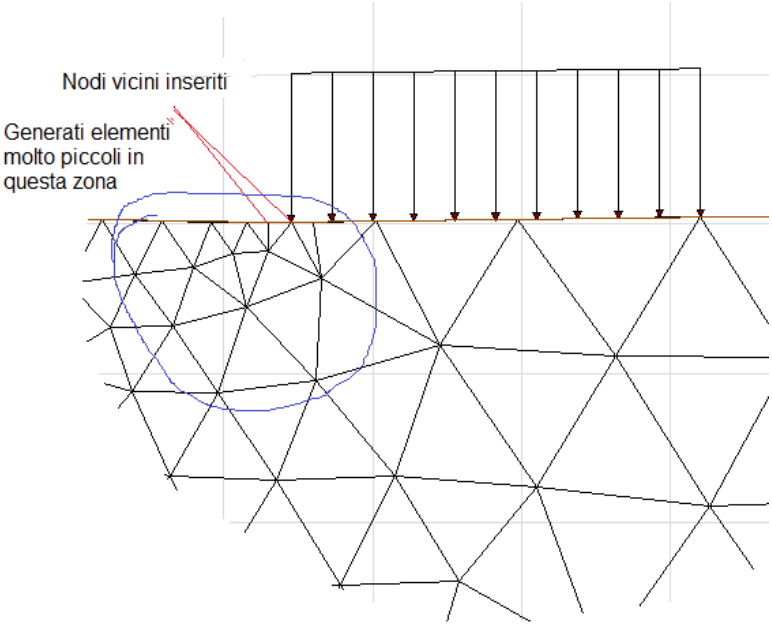
L'entità dello spostamento relativo tra i due lembi dell'interfaccia dipende dalla rigidezza normale K_n e della rigidezza tangenziale K_t che abbiamo assegnato al materiale di interfaccia. Il distacco avviene quando si supera la resistenza a trazione assegnata al materiale interfaccia.

16.6 Considerazioni sulla generazione del modello

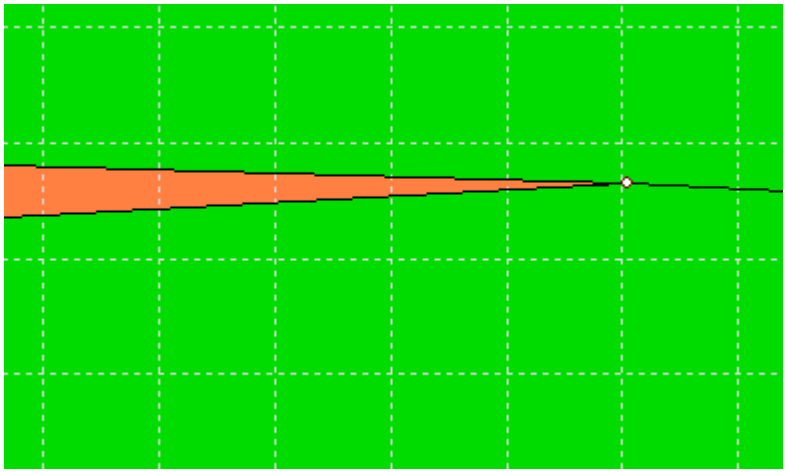
Abbiamo detto nei paragrafi precedenti che il generatore di mesh deve tener conto di tutti i **vincoli di generazione** (separazione di strati, presenza di tutti gli oggetti nelle varie fasi, etc). Diventa evidente che un input 'pulito' consente di ottenere una mesh di qualità più elevata. Cosa intendiamo per input 'pulito'?

Consideriamo il caso rappresentato in figura dove un carico è stato inserito sulla superficie del piano campagna. Il punto che definisce il primo estremo del segmento carico è molto vicino al Punto Superficie indicato in figura ma non coincidente. Questo obbligherà il generatore di mesh ad inserire due nodi vicinissimi tra di loro: la qualità della mesh ne risentirà in senso negativo.

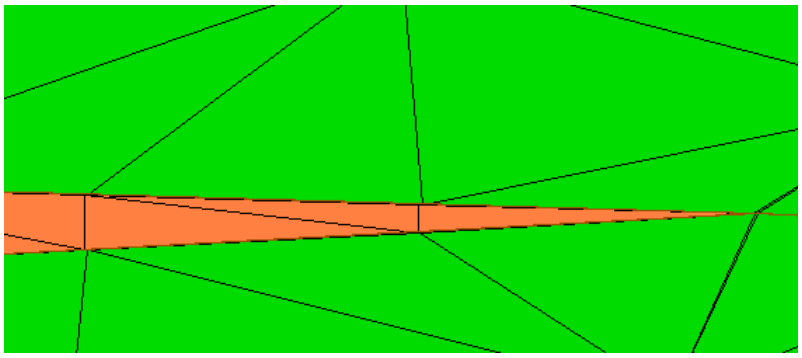




Il problema in questo caso si risolve mettendo i due punti coincidenti. Modificare la posizione del carico o il punto del profilo di pochi centimetri sicuramente non ha nessuna influenza dal punto di vista ingegneristico.



Un caso da evitare è rappresentato nella figura a lato dove due superfici si chiudono con un angolo molto piccolo. Questa situazione costringerà il generatore di mesh a inserire degli elementi molto sottili che sicuramente **non** miglioreranno la qualità della mesh.

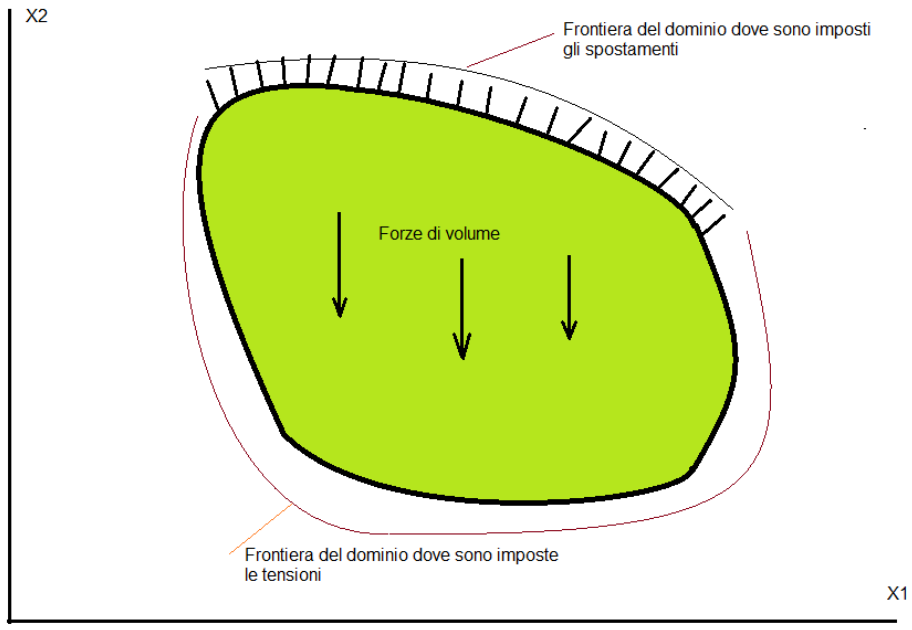


Superfici molto ravvicinate hanno come conseguenza l'utilizzo di elementi molto sottili che hanno sempre una scarsa qualità.

Alcuni errori si possono evitare lavorando nell'input grafico con griglia, snap e snap ad oggetti attivati.
Vogliamo ricordare che una mesh di qualità scarsa non è (solo) un offesa al nostro senso estetico ma ha delle implicazioni sulla convergenza della soluzione e sulla qualità della soluzione stessa.

17 Richiami di meccanica del continuo

17.1 Il problema elastico



La soluzione del problema dell'equilibrio di un continuo richiede la soluzione di un sistema di equazioni alle derivate parziali che mette in relazione lo stato tensionale (incognito) in ogni punto del dominio con i carichi applicati sia all'interno del dominio stesso (carichi di volume) che sulla frontiera del dominio (carichi di superficie).

Inoltre, la soluzione deve rispettare le *condizioni al contorno* sia sugli spostamenti che sulle tensioni senza violare il *legame costitutivo* dei materiali.

Quindi occorre risolvere un sistema di equazioni di equilibrio (alle derivate parziali) tenendo conto delle condizioni al contorno e rispettando i legami costitutivi dei materiali.

Le relazioni che governano il problema sono pertanto

- **Equazioni di equilibrio**
  mettono in relazione lo stato tensionale con carichi esterni applicati
- **Equazioni spostamenti-deformazioni**
  mettono in relazione le deformazioni con gli spostamenti
- **Legame Costitutivo**
  mette in relazione stato di deformazione con stato tensionale
- **Equazioni di congruenza**
  garantiscono il rispetto delle condizioni al contorno degli spostamenti e la congruenza degli spostamenti (no sovrapposizioni di punti materiali)

17.2 Tensioni e Deformazioni

Il tensore delle tensioni nello spazio tridimensionale è definito come

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} \end{bmatrix}$$

essendo per l'equilibrio alla rotazione

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$
$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Le componenti indipendenti di tensione sono 6.
In notazione vettoriale

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{bmatrix}^T$$

Dove l'apice **T** indica l'operatore Trasposta.

Analogamente il tensore delle deformazioni è definito come

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

e il vettore delle deformazione (essendo $\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji}$)

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{bmatrix}^T$$

Gli scorrimenti(ingegneristici) γ sono il doppio delle deformazioni tangenziali

$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$

Questa assunzione assicura le uguaglianze del lavoro interno ($\mathbb{L}=\sigma^*\varepsilon$) calcolato mediante i tensori o mediante i vettori (notazione di Voight).

17.3 Le equazioni indefinite di equilibrio

In un generico punto *P*(x,y,z) in equilibrio sussistono le seguenti relazioni tra stato tensionale e carico di volume applicato

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + b_z = 0 \end{cases}$$

Dove $\boldsymbol{\sigma_{ij}}$ sono le tensioni e $\mathbf{b}_i$ sono le componenti dei carichi di volume

In forma compatta questo sistema di equazioni si scrive come

$$\nabla^T \sigma + b = 0$$

∇ operatore differenziale

σ vettore tensioni

b vettore carichi volume

L'operatore differenziale è definito

$$\nabla^{\mathrm{T}} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

Nel caso di stato piano di deformazione le componenti di tensione τ_{xz} e τ_{yz} sono nulle.

17.4 Relazioni deformazione-spostamenti

Dato il campo di spostamenti **u**(x,y,z)=[u, v, w]^T le deformazioni sono definite dalle seguenti relazioni

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

Nel caso di stato piano di deformazione risulta

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

In notazione matriciale la relazione deformazione spostamenti si esprime come

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \mathbf{u}$$

Dove $\boldsymbol{\varepsilon}$ è il vettore delle deformazioni, **u** è il vettore spostamenti e ∇ è l'operatore differenziale sopra definito.

17.5 Legame costitutivo - Relazioni tensioni-deformazioni

Siano $\underline{\boldsymbol{\sigma}}$ ed $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}$ i vettori delle tensioni e delle deformazioni sopra definiti

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{bmatrix}^T$$

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{bmatrix}^T$$

Lo stato tensionale e lo stato deformativo sono legati tra di loro dalla relazione

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} = \mathbf{D}\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}$$

Dove **D** è la matrice di rigidezza del materiale.

La matrice **D** dipende dalla caratteristiche meccaniche del materiale: modulo elastico *E* (modulo di Young) e modulo di Poisson ν.

Nel caso di materiale *isotropo* elastico lineare la sua espressione, nel caso tridimensionale, è

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Nel caso di stato piano di deformazione ($\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$) la matrice **D** diventa

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

e la relazione tensioni-deformazioni si esprime come

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\sigma_z = \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)$$

Quindi nel caso di deformazione piana è nulla la deformazione in direzione z, ε_z, ma la tensione σ_z è diversa da 0 ed è legata al valore delle tensioni σ_x e σ_y mediante il modulo di Poisson, ν.

17.6 Tensioni principali ed Invarianti

In qualsiasi punto *P*(x,y,z) lo stato tensionale è definito mediante il tensore delle tensioni

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Su un generico piano passante per il punto *P*(x,y,z) e definito mediante il versore normale

$$\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix}$$

Il vettore delle tensioni sul piano di normale **n** è definito come

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{Bmatrix}$$

Sul piano di normale **n** il vettore **t** avrà una componente normale, σ_N, ed una componente tangenziale σ_T. La componente normale sarà data dal prodotto scalare del vettore **t** per il vettore **n**

$$\sigma_N = \mathbf{t}^T \bullet \mathbf{n} = (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})^T \bullet \mathbf{n} = \mathbf{n}^T\boldsymbol{\sigma}^T\mathbf{n} = \mathbf{n}^T\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$$

La componente tangenziale si può ricavare mediante il teorema di Pitagora

$$\sigma^2{}_N + \sigma^2{}_T = \mathbf{t}^T \bullet \mathbf{t}$$

$$\sigma^2{}_T = |\mathbf{t}|^2 - \sigma^2{}_N$$

dove $|\mathbf{t}|$ indica la norma del vettore $\mathbf{t}$

Vogliamo determinare le giaciture passanti per il punto *P* sulle quali la componente tangenziale σ_T delle tensioni è nulla

Se la componente σ_T è nulla il vettore delle tensioni $\mathbf{t}$ avrà direzione coincidente con il versore $\mathbf{n}$ e modulo pari a σ_N. Cioè

$$\mathbf{t}=\sigma_N\mathbf{n}$$

Essendo comunque valida la relazione $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$ possiamo uguagliare le espressioni di $\mathbf{t}$ ed ottenere

$$\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} = \sigma_N\mathbf{n}$$

$$\left(\boldsymbol{\sigma} - \sigma_N\mathbf{I}\right)\mathbf{n} = 0$$

Dove $\mathbf{I}$ è la matrice unitaria a 3 dimensioni (elementi 1 sulla diagonale e 0 fuori diagonale)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_N & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_N & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = 0$$

Questo sistema, nelle incognite n_x, n_y, n_z, e σ_N .ammette soluzione se e solo se

$$\det\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_N & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_N & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_N \end{bmatrix} = 0$$

Questa rappresenta il classico problema agli autovalori.

Essendo il tensore delle tensioni simmetrico e a componenti reali si dimostra che esistono 3 radici reali e positive e gli autovettori (***direzioni principali***) sono ortogonali

tra di loro. Gli autovalori (***tensioni principali***) si ottengono dalla soluzione del polinomio caratteristico

$$\sigma_N^3 - I_1\sigma_N^2 + I_2\sigma_N - I_3 = 0$$

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$
$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$
$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$$

dove I_1, I_2, I_3 sono gli invarianti del tensore delle tensioni

Le tensioni principali saranno indicate con i simboli $\sigma_1 \;\; \sigma_2 \;\; \sigma_3 \left(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3\right)$

Il tensore delle tensioni nello spazio delle tensioni principali assumerà la seguente espressione

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

cioè nello spazio delle direzioni principali le *componenti tangenziali sono nulle*.

17.7 Tensioni sferiche e deviatoriche

Dato il tensore

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Il primo invariante del tensore delle tensione e la pressione media sono definiti come

$$I_1 = Traccia(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$\sigma_m = p = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

La parte sferica e deviatorica del tensore delle tensioni assumono le seguente espressioni

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{Sfer}} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{Dev}} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{Sfer}} + \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{Dev}}$$

Il primo invariante della parte deviatorica è nullo mentre il secondo invariante assume il seguente vale

$$J_2 = 3\sigma_m - I_2 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{6}$$

Gli invarianti I_1 e J_2 assumono particolare rilevanza nello sviluppo dei criteri di rottura come vedremo nel prosieguo.

17.8 Principio di minimo dell'energia potenziale totale

Definite le equazioni indefinite di equilibrio, il legame spostamenti-deformazioni, il legame costitutivo occorre fare riferimento ad un principio per poter impostare la soluzione del problema dell'equilibrio di un continuo.
L'approccio seguito è l'approccio agli spostamenti. Esistono metodi misti ed ibridi in cui le incognite sono rappresentate sia dal campo di spostamenti che dallo stato tensionale. L'approccio agli spostamenti è comunque quello più utilizzato.
Tra i tanti principi variazionali disponibili faremo riferimento al principio di minimo dell'**energia potenziale totale**.

Fra tutti i campi di spostamento *cinematicamente compatibili* la soluzione del problema elastico è quella che rende minimo il funzionale energia potenziale totale definito come

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}\int_V (\nabla \mathbf{u})^T \mathbf{D}(\nabla \mathbf{u}) dV - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{b}\, dV - \int_{\partial V} \mathbf{u}^T \mathbf{f}\, dS$$

I primi due integrali sono integrali di volume mentre l'ultimo integrale è un integrale sulla frontiera del dominio dove sono imposte le forze $\mathbf{f}$.

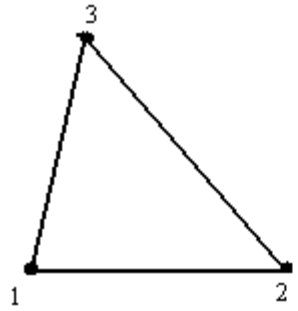
Il primo integrale è l'energia di deformazione legata al campo di spostamenti $\mathbf{u}$.

La minimizzazione del funzionale $\Pi(\mathrm{u})$ fornisce la soluzione $\mathbf{u}$ (campo di spostamenti).
La ricerca della soluzione in forma chiusa(analitica) è perseguibile solo in pochi casi. Pertanto, nel caso generale, si ricorre a tecniche numeriche quali la discretizzazione del dominio in tanti sottodomini semplici (Metodo degli Elementi Finiti) o la discretizzazione delle equazioni (Metodo delle Differenze Finite) sfruttando il principio di additività dell'energia potenziale.
Noto il campo di spostamenti è quindi possibile risalite alle deformazioni (relazione spostamento deformazione) e da queste ultime tramite il legame costitutivo del materiale è possibile ricavare lo stato tensionale.

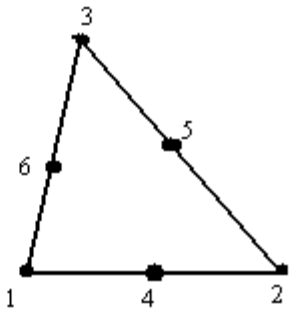
18 Elementi Finiti

Come abbiamo visto nel capitolo precedente, la soluzione del problema dell'equilibrio di un continuo richiede la soluzione di un sistema di equazioni alle derivate parziali che mette in relazione lo stato tensionale in ogni punto del dominio con i carichi applicati sia all'interno del dominio stesso (carichi di volume) che sulla frontiera del dominio (carichi di superficie).
Inoltre, devono essere rispettate le condizioni al contorno sia sugli spostamenti che sulle tensioni.
La soluzione non deve in ogni caso violare il legame costitutivo dei materiali.
Quindi occorre risolvere un sistema di equazioni di equilibrio (alle derivate parziale) tenendo conto delle condizioni al contorno e rispettando i legami costitutivi dei materiali.
Il problema così posto è risolvibile in modo analitico solo in pochissimi casi (dominio regolare, condizioni al contorno semplici, etc.).
Da ciò la necessità di metodi numerici che mediante la scomposizione del dominio in poligoni semplici (triangolari o quadrangolari) detti **elementi** consentono la soluzione del problema seppur in maniera approssimata.

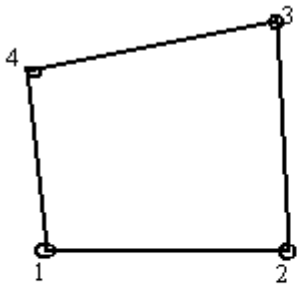
Per l'analisi di stati piani il dominio da analizzare viene suddiviso in elementi di forma triangolare o quadrangolare (Generazione Modello). I nodi coincidono con i vertici dell'elemento (nodi di vertice) per gli elementi più semplici. Esistono inoltre diversi elementi in cui oltre ai nodi di vertice abbiamo nodi disposti in corrispondenza della mezzeria dei lati (nodi di lato) o anche all'interno dell'elemento stesso.



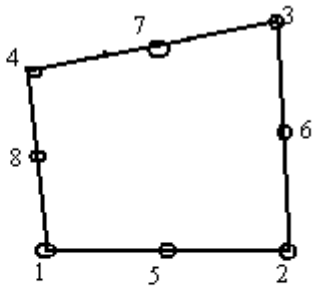
Elemento triangolare con soli nodi di vertice



Elemento triangolare con nodi di vertice e di lato



Elemento quadrangolare con soli nodi di vertice



Elemento quadrangolare con nodi di vertice e di lato

Nel Metodo degli Elementi Finiti, lo spostamento in un generico punto *P*(x, y) interno all'elemento,viene interpolato tramite i valori degli spostamenti nodali mediante opportune funzioni di forma N:

$$u(x, y)=\Sigma\ N_i(x, y)\ u_i = N_1u_1+N_2u_2+N_3u_3+\ldots+N_nu_n$$

$$v(x, y)=\Sigma\ N_i(x, y)\ v_i=N_1v_1+N_2v_2+N_3v_3+\ldots+ N_nv_n$$

dove la sommatoria si intende estesa a tutti i nodi dell'elemento e u_i e v_i rappresentano il valore dello spostamento nel nodo i-esimo. Le funzioni $N_i(x, y)$ sono funzioni continue all'interno dell'elemento. In tal modo è assicurata la continuità del campo di spostamenti. Inoltre utilizziamo le stesse funzioni di forma sia per lo spostamento *u*(x,y) che per lo spostamento *v*(x,y).

In forma matriciale:

$$u = \{u(x, y), v(x, y)\} = \mathbf{N}\ \mathbf{u_e}$$

dove la matrice delle funzioni di forma è espressa da

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & . & . & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & . & . & . & N_n \end{bmatrix}$$

Ed il vettore degli **spostamenti nodali** è definito come

$$\mathbf{u_e} = \{u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad . \quad . \quad u_n \quad v_n\}^T$$

La dimensione della matrice **N** è pari a (2 x $ndof_E$) nel caso bidimensionale (3x$ndof_E$) nel caso tridimensionale dove *$ndof_E$ è in numero di gradi di libertà dell'elemento (pari a numero nodi per numero gradi libertà del nodo)*.
La dimensione del vettore spostamenti nodali è pari a *$ndof_E$*.

Le funzioni di forma godono delle seguenti proprietà:

La funziona di forma relativa al nodo i-esimo assume valore 1 se calcolata in corrispondenza del nodo i-esimo ed assume valore 0 se calcolata in corrispondenza degli altri nodi.
In corrispondenza del generico punto P(*x*, *y*) all'interno dell'elemento la somma dei valori di tutte le funzioni di forma vale 1 (partizione dell'unità). In formule

$$\begin{cases} N_i(x_i, y_i) = 1 \\ N_i(x_j, y_j) = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} N_i(x, y) = 1$$

La deformazione $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}$ è legata agli spostamenti u(x,y) e v(x,y) dalla relazione

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \partial u(x,y)/\partial x \\ \partial v(x,y)/\partial y \\ \partial u(x,y)/\partial y + \partial v(x,y)/\partial x \end{bmatrix}$$

Esprimendo *u* e *v* mediante le funzioni di forma otteniamo

$$\varepsilon_x = \frac{\partial N_1}{\partial x}u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x}u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x}u_3 + ...\frac{\partial N_n}{\partial x}u_n = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial N_i}{\partial x}u_i$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial N_1}{\partial y}v_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y}v_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y}v_3 + ...\frac{\partial N_n}{\partial y}v_n = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial N_i}{\partial y}v_i$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial N_1}{\partial y}u_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x}v_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y}u_2 + \frac{\partial N_2}{\partial x}v_2 + ... + \frac{\partial N_n}{\partial y}u_n + \frac{\partial N_n}{\partial x}v_n = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial N_i}{\partial y}u_i + \frac{\partial N_i}{\partial x}v_i\right)$$

Utilizzando la notazione f,x=∂f/∂x possiamo scrivere in forma matriciale

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & . & . & N_{n,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & . & . & 0 & N_{n,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & . & . & N_{n,y} & N_{n,x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \\ \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \partial \Sigma N_i u_i / \partial x \\ \partial \Sigma N_i v_i / \partial y \\ \partial \Sigma N_i u_i / \partial y + \partial \Sigma N_i v_i / \partial x \end{bmatrix}$$

Indicando con **B** la matrice delle derivate delle funzioni di forma

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & . & . & N_{n,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & . & . & 0 & N_{n,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & . & . & N_{n,y} & N_{n,x} \end{bmatrix}$$

e con $\mathbf{u_e}$ il vettore degli spostamenti nodali abbiamo la seguente relazione che esprime la deformazione in funzione degli spostamenti nodali

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\ \mathbf{u_e}$$

Lo stato tensionale all'interno dell'elemento $\sigma_e=\{\sigma_x,\ \sigma_y,\ \sigma_{xy}\}^T$ si ricava dalle deformazioni mediante la matrice delle costanti elastiche **D** che, per materiale isotropo, vale

<u>Tensioni piane</u>

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

<u>Deformazioni piane</u>

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

dove **E** è il modulo di Young e ν il modulo di Poisson del materiale.

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\ \mathbf{D}\ \mathbf{u_e}$$

18.1 Principio di minimo dell'energia potenziale totale

Fra tutti i campi di spostamento cinematicamente ammissibili la soluzione del problema elastico è quella che rende minimo il funzionale energia potenziale totale definito come

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}\, dV - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{b}\, dV - \int_{\partial V} \mathbf{u}^T \mathbf{f}\, dS$$

Dove **b** rappresentano le forze di volume agenti sul dominio V ed **f** le forze agenti sulla frontiera δV.

Sostituendo le espressioni di **u** ed **ε** precedentemente ricavate in funzione degli spostamenti nodali $\mathbf{u_e}$ e minimizzando il funzionale Π otteniamo l'espressione

$$\mathbf{K_e}\, \mathbf{u_e} = \mathbf{p_e}$$

dove

$$\mathbf{K_e} = \int_V \mathbf{B}^\mathbf{T}\mathbf{D}\mathbf{B}\, dV$$

è la matrice di rigidezza dell'elemento

$\mathbf{u_e}$ è il vettore degli spostamenti nodali dell'elemento

e

$$\mathbf{p_e} = \int_V \mathbf{N}^\mathbf{T}\mathbf{b}\, \mathrm{dV} + \int_{\partial V} \mathbf{N}^\mathbf{T}\, \mathbf{f}\, \mathrm{dS}$$

è il vettore dei carichi nodali dell'elemento.

18.2 Assemblaggio della Matrice di Rigidezza Globale

Note la geometria di ogni elemento e le caratteristiche del materiale è possibile, mediante integrazione, costruire la matrice di rigidezza di ogni elemento.
Ogni nodo del modello possiede un determinato numero di gradi di libertà in dipendenza del problema analizzato. In un problema di equilibrio bidimensionale (tensioni piane o deformazioni piane) abbiamo 2 gradi di libertà per nodo (spostamento u_x ed u_y). In un modello tridimensionale i gradi di libertà per nodo sono 3 (spostamenti u_x, u_y, e u_z). In un'analisi piana di consolidazione i gradi di libertà per nodo sono rappresentati da due componenti di spostamento (u_x ed u_y) ed una componente di pressione neutra (p_w) : pertanto abbiamo 3 gradi di libertà per nodo.
D'altronde in un problema di filtrazione abbiamo un solo grado di libertà per nodo (potenziale idraulico o pressione).
Indicando con *Ndof* il numero di gradi di libertà per nodo la matrice di rigidezza dell'elemento avrà dimensioni pari a

Dim(Ke) = *Numero Nodi Elemento* x *Ndof* =*NdofE*

La matrice di rigidezza è, quindi, una matrice quadrata di dimensioni (*NdofE* x *NdofE*). Ad esempio, un elemento quadrangolare con 4 nodi (Q4) in un problema di spostamenti in deformazione piana è caratterizzato da una matrice di rigidezza di dimensioni 8x8 (4 nodi per 2 gradi di liberta). La matrice di rigidezza di un elemento piano a 9 nodi (Q9) avrà dimensione 18x18 (9 nodi x 2 gradi di libertà). E' evidente che nel secondo caso l'onere computazionale è decisamente più elevato sia in termini di memoria impegnata che di tempi di elaborazione. A fronte di tale maggiore onere abbiamo un elemento con prestazioni in termini di qualità della soluzione decisamente superiori.

La matrice di rigidezza *elastica* è simmetrica. Viceversa, la matrice di rigidezza elastoplastica può essere simmetrica o non simmetrica (dipende dal legame costitutivo che caratterizza il materiale)

Costruita la matrice di rigidezza di ogni elemento è possibile costruire la matrice di rigidezza dell'intera struttura mediante l'operazione di assemblaggio. Lo stesso vale per il vettore dei carichi globali.
Pertanto, l'operazione di assemblaggio porterà al sistema globale che si può scrivere nella forma:

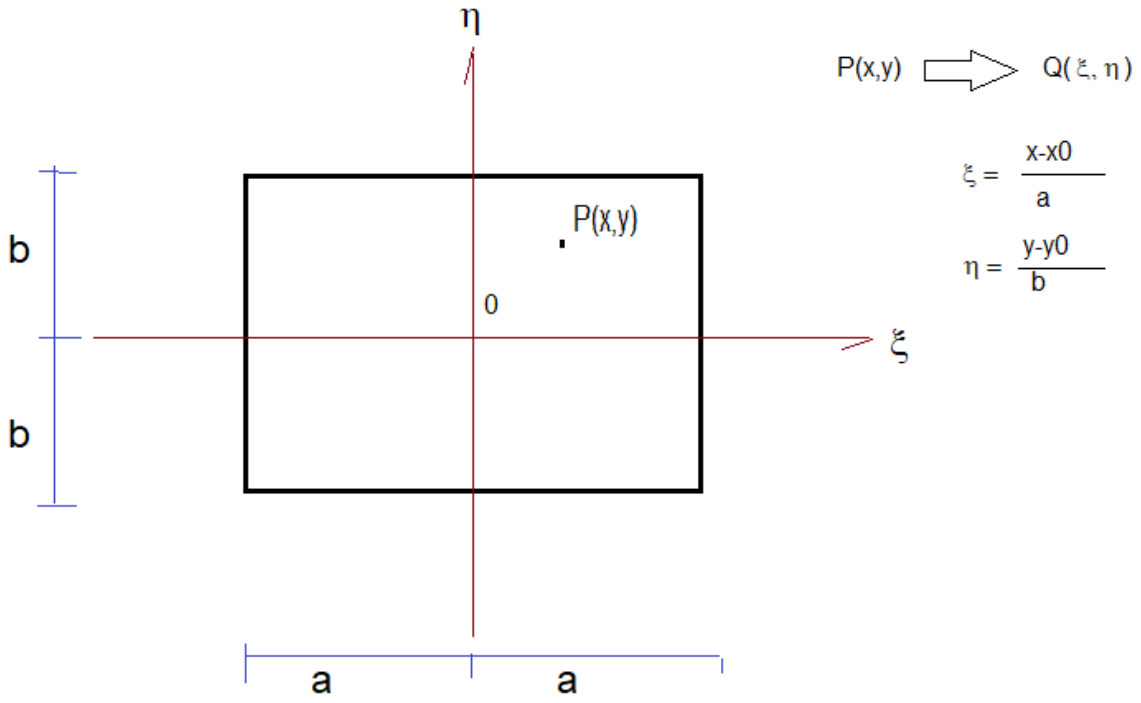
$$\mathbf{Ku} = \mathbf{p}$$

Risolto il sistema otteniamo il vettore degli spostamenti globali(nodali), $\mathbf{u}$.

Noto $\mathbf{u}$ è possibile ricavare per ogni elemento il vettore locale degli spostamenti $\mathbf{u_e}$ e quindi la deformazione e lo stato tensionale.

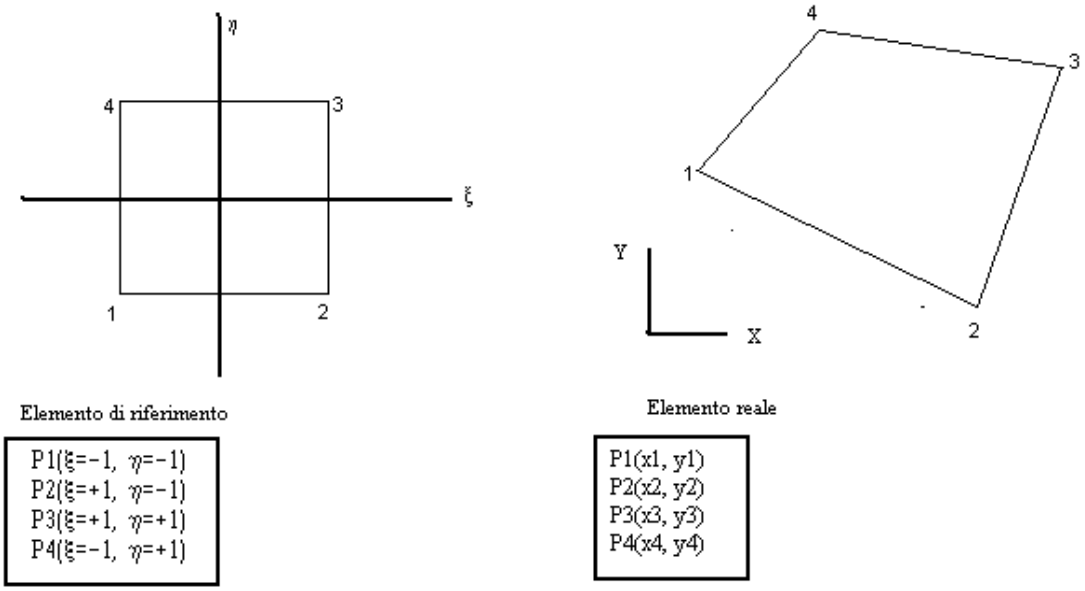
18.3 *Formulazione isoparametrica*

La formulazione delle funzioni di forma in coordinate ortogonali xy risulta possibile solo per gli elementi di forma rettangolare. Nel caso generale conviene utilizzare un sistema di coordinate normalizzato (ξ,η) ed esprimere le funzioni di forma in questo nuovo sistema.



Nel caso di forma rettangolare (illustrato in figura) la trasformazione dal sistema globale (x,y) al sistema locale (ξ,η) risulta semplice una volta note le dimensioni dell'elemento (2a, 2b). Dalle espressioni sopra riportate si evince che le coordinati locali ξ ed η saranno limitate (-1=<ξ<=1; -1=<η<=1). Questo ci induce a pensare ad un elemento associato quadrato con coordinate comprese tra -1 ed 1 nelle due direzioni coordinate ξ ed η ottenuto da quello reale mediante opportuna trasformazione.

Quindi viene utilizzato un elemento di riferimento in un sistema di coordinate ortogonali $\xi\eta$ ed un sistema di mappatura che proietta le coordinate reali xy nel sistema di riferimento $\xi\eta$. In questo sistema l'elemento è un quadrato con lato pari a 2 (-1=<ξ<=1; -1=<η<=1).



Per realizzare questa operazione di mappatura utilizzeremo le funzioni di forma dell'elemento.

Se consideriamo un elemento quadrilatero a 4 nodi, indicate con (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4) le coordinate dei vertici dell'elemento nel sistema di riferimento globale XY le generiche coordinate di un punto all'interno dell'elemento si esprimono come

$$\begin{aligned} x &= N_1(\xi,\eta)x_1 + N_2(\xi,\eta)x_2 + N_3(\xi,\eta)x_3 + N_4(\xi,\eta)x_4; \\ y &= N_1(\xi,\eta)y_1 + N_2(\xi,\eta)y_2 + N_3(\xi,\eta)y_3 + N_4(\xi,\eta)y_4; \end{aligned} \qquad \text{(A)}$$

Le funzioni di forma dell'elemento sono espresse nel sistema $\xi\eta$.

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

Ad esempio se consideriamo il punto P3(x3,, y3) esso ha coordinate locali ξ=1 η=1; è facile verificare che

N1(1,1)=0 N2(1,1)=0 N3(1,1)=1 N4(1,1)=0

E sostituendo questi valori nelle (A) otteniamo esattamente le coordinate del nodo P3

$$x = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 = x_3;$$
$$y = 0y_1 + 0y_2 + 1y_3 + 0y_4 = y_3;$$

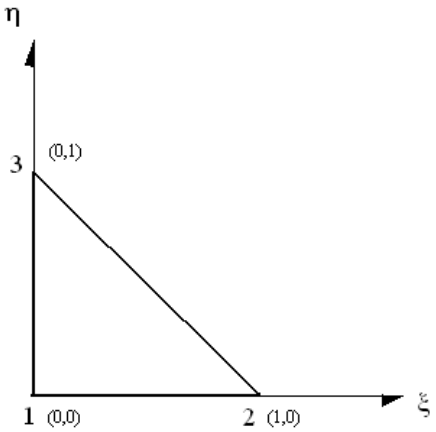
Le funzioni di forma sopra definite rappresentano le funzioni di trasformazione tra sistema locale $\xi\eta$ ed il sistema globale XY. Riportiamo sotto, omettendo la dipendenza da *x* e *y*, l'espressione di *x* e *y* per un generico elemento con *n* nodi

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 + \ldots + N_nx_n$$
$$y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 + \ldots + N_ny_n$$

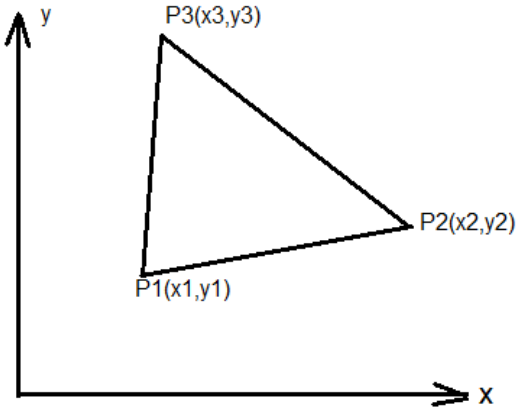
Il prezzo da pagare per la semplificazione cosi introdotta è una maggiore difficoltà nella gestione delle derivate e degli integrali per risolvere i quali occorre fare riferimento alle tecniche di integrazione numerica.

Le funzioni di forma utilizzate per la trasformazione della geometria sono le stesse funzioni utilizzate per l'interpolazione degli spostamenti. Da ciò la definizione di elemento *isoparametrico*.

Quanto detto per gli elementi quadrangolari vale anche per gli elementi triangolari. Nella figura viene mostrato il sistema di riferimento locale adottato. In questo caso le coordinate locali ξ ed η variano tra 0 ed 1.



Elemento di riferimento nello spazio $\xi\eta$



Elemento reale nello spazio XY

18.3.1 Jacobiano

La derivata di una generica funzione $f=f(\xi,\eta)$ rispetto a x e y non è disponibile direttamente e pertanto occorre ricavare lo Jacobiano della trasformazione e lavorare con l'inverso.

Lo jacobiano è espresso dalla seguente relazione

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{,\xi} & \mathbf{y}_{,\xi} \\ \mathbf{x}_{,\eta} & \mathbf{y}_{,\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

La derivata rispetto a ξ ed η è data da

$$\begin{Bmatrix} f_{,\xi} \\ f_{,\eta} \end{Bmatrix} = \mathbf{J} \begin{Bmatrix} f_{,x} \\ f_{,y} \end{Bmatrix}$$

Mentre la derivata rispetto a x e y sarà

$$\begin{Bmatrix} f_{,x} \\ f_{,y} \end{Bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{Bmatrix} f_{,\xi} \\ f_{,\eta} \end{Bmatrix}$$

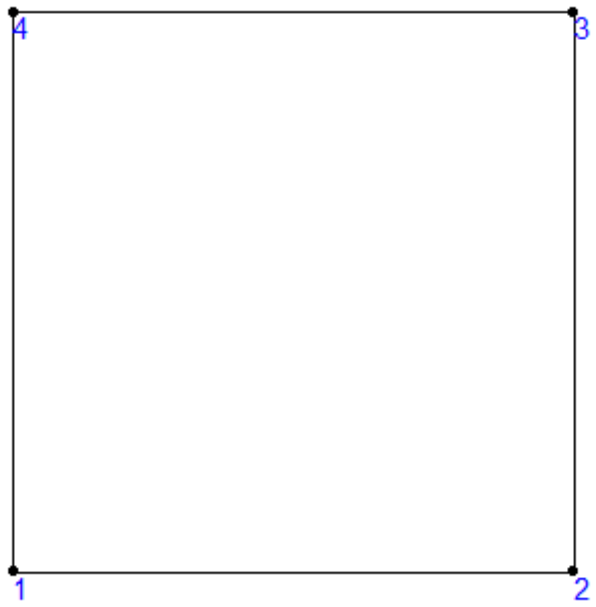
$\mathbf{J}$ risulta in genere funzione di x e y tranne per gli elementi rettangolari e parallelogrammi (in tal caso lo Jacobiano è costante e non dipende da x e y).

Indicheremo con $\mathbf{J} = \mathbf{J}^{-1}$ l'inverso dello jacobiano. Il calcolo delle derivate e degli integrali usano l'inverso dello jacobiano $\mathbf{J}$.

18.4 Elemento quadrilatero a 4 nodi (bilineare)

Si tratta dell'elemento quadrangolare più semplice.

I nodi coincidono con i vertici dell'elemento



Le funzioni interpolazioni degli spostamenti sono

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

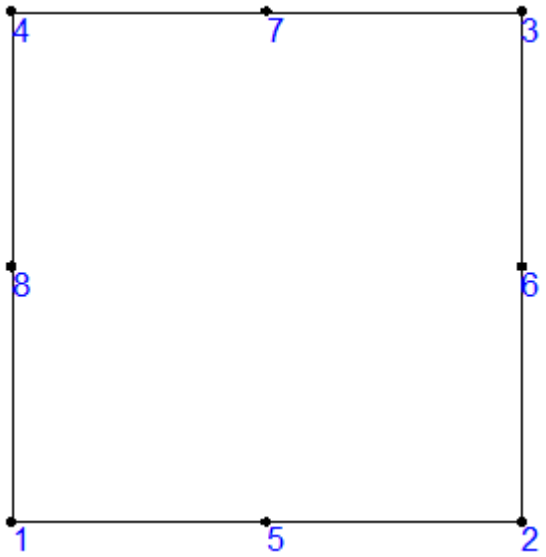
$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

18.5 Elemento quadrilatero a 8 nodi

Il quadrilatero ad 8 nodi presenta quattro nodi in corrispondenza dei vertici e 4 nodi di lato (preferibilmente in corrispondenza della mezzeria dei lati).

Le funzioni di interpolazioni (quadratiche incomplete) per gli spostamenti sono le seguenti:



Nodi di lato

$$N_5 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta)$$

$$N_6 = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2)$$

$$N_7 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta)$$

$$N_8 = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2)$$

Nodi di vertice

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_8$$

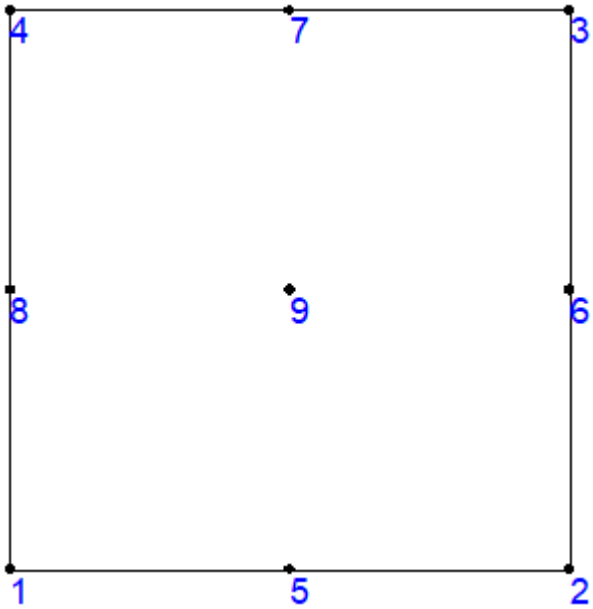
$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_6$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) - \frac{1}{2}N_6 - \frac{1}{2}N_7$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) - \frac{1}{2}N_7 - \frac{1}{2}N_8$$

Si nota che le funzioni di forma relative ai nodi di vertice sono le funzioni bilineari dell'elemento bilineare "corrette" con i contributi delle funzioni relative ai nodi di lato adiacenti.

18.6 Elemento quadrilatero a 9 nodi



Nell'elemento quadrilatero a 9 nodi abbiano 4 nodi di vertice quattro nodi di lato ed un nodo in corrispondenza del centro dell'elemento (coordinate locali ξ, η=0).

Le funzioni di forma sono le seguenti

Questo elemento ha un'accuratezza maggiore dell'elemento ad 8 nodi specialmente nel caso di elementi distorti. Questo è dovuto al fatto che l'introduzione del nodo centrale rende le funzioni di interpolazioni quadratiche complete.

Nodo Centrale

$$N_9 = (1-\xi^2)(1-\eta^2)$$

Nodi di Lato

$$N_5 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) - \frac{1}{4}N_9$$

$$N_6 = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) - \frac{1}{4}N_9$$

$$N_7 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) - \frac{1}{4}N_9$$

$$N_8 = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) - \frac{1}{4}N_9$$

Nodi di vertice

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) - \frac{1}{2}(N_5 + N_8) - \frac{1}{4}N_9$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) - \frac{1}{2}(N_5 + N_6) - \frac{1}{4}N_9$$

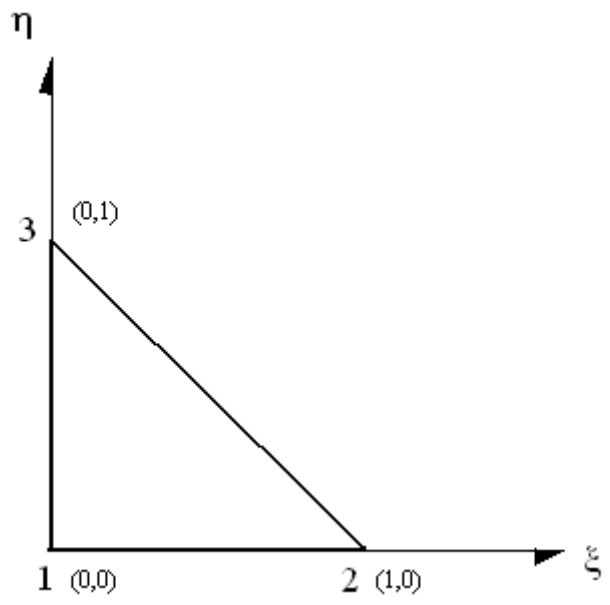
$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) - \frac{1}{2}(N_6 + N_7) - \frac{1}{4}N_9$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) - \frac{1}{2}(N_7 + N_8) - \frac{1}{4}N_9$$

18.7 Elemento triangolare a 3 nodi

Le funzioni di interpolazioni degli spostamenti sono funzioni lineare nelle coordinate ξ ed η .
La deformazione è pertanto costante. L'elemento è nodo in letteratura come Costant Strain Triangle (Triangolo a Deformazione Costante).

Le funzioni di forma riferite ai 3 nodi di vertice sono le seguenti



$N1=1-\xi-\eta$

$N2=\xi$

$N3=\eta$

18.8 Elemento triangolare a 6 nodi

Posto

$$\lambda=1-\xi-\eta$$

le funzioni di forma per i nodi di vertice ed i nodi di lato sono le seguenti funzioni quadratiche. Le deformazioni hanno andamento lineare. L'elemento è noto in letteratura come LST (Linear Strain Triangle).

$N1=\lambda(2\lambda-1)$

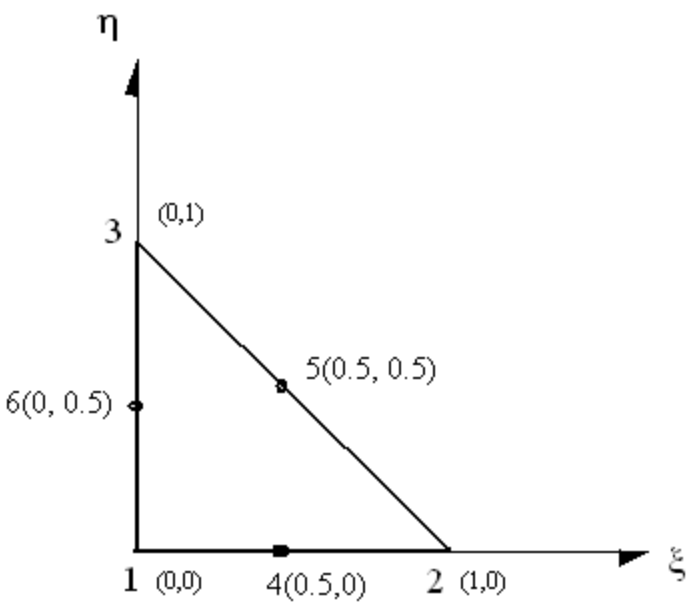
$N2=\xi(2\xi-1)$

$N3=\eta(2\eta-1)$

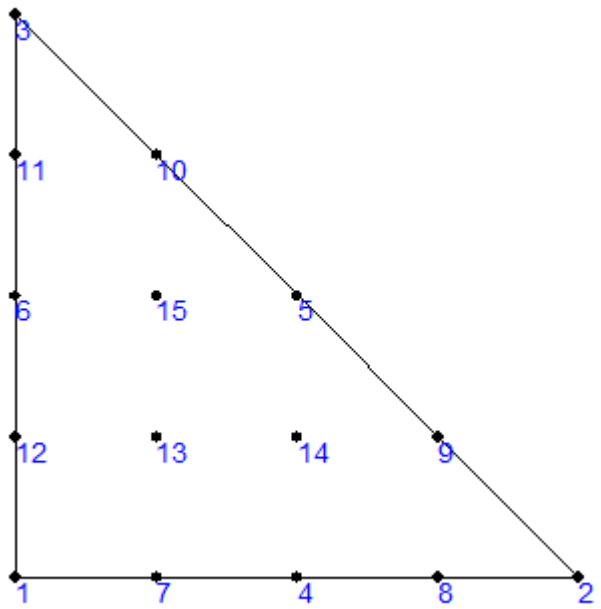
$N4=4\xi\eta$

$N5=4\eta\lambda$

$N6=4\xi\lambda$



18.9 Elemento triangolare a 15 nodi



L'elemento triangolare a 15 nodi presenta 3 nodi di vertice, 9 nodi di lato e 3 nodi interni.

$$\lambda = 1 - \xi - \eta$$

$$N_1 = \frac{32}{3}\lambda\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)\left(\lambda - \frac{1}{2}\right)\left(\lambda - \frac{3}{4}\right)$$

$$N_2 = \frac{32}{3}\xi\left(\xi - \frac{1}{4}\right)\left(\xi - \frac{1}{2}\right)\left(\xi - \frac{3}{4}\right)$$

$$N_3 = \frac{32}{3}\eta\left(\eta - \frac{1}{4}\right)\left(\eta - \frac{1}{2}\right)\left(\eta - \frac{3}{4}\right)$$

$$N_4 = 64\xi\lambda\left(\xi - \frac{1}{4}\right)\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)$$

$$N_5 = 64\xi\eta\left(\xi - \frac{1}{4}\right)\left(\eta - \frac{1}{4}\right)$$

$$N_6 = 64\lambda\eta\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)\left(\eta - \frac{1}{4}\right)$$

$$N_7 = \frac{32}{3}\xi\lambda\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)\left(\lambda - \frac{1}{2}\right)$$

$$N_8 = \frac{32}{3}\xi\lambda\left(\xi - \frac{1}{4}\right)\left(\xi - \frac{1}{2}\right)$$

$$N_9 = \frac{32}{3}\xi\eta\left(\xi - \frac{1}{4}\right)\left(\xi - \frac{1}{2}\right)$$

$$N_{10} = \frac{32}{3}\xi\eta\left(\eta - \frac{1}{4}\right)\left(\eta - \frac{1}{2}\right)$$

$$N_{11} = \frac{32}{3}\lambda\eta\left(\eta - \frac{1}{4}\right)\left(\eta - \frac{1}{2}\right)$$

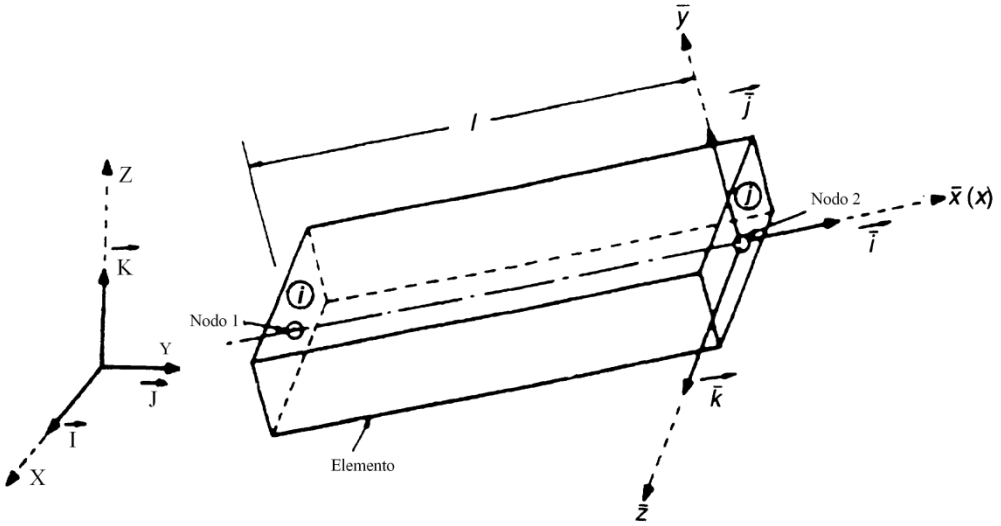
$$N_{12} = \frac{32}{3}\lambda\eta\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)\left(\lambda - \frac{1}{2}\right)$$

$$N_{13} = 128\lambda\xi\left(\lambda - \frac{1}{4}\right)$$

$$N_{14} = 128\lambda\xi\eta\left(\xi - \frac{1}{4}\right)$$

$$N_{15} = 128\lambda\xi\eta\left(\eta - \frac{1}{4}\right)$$

19 Elemento asta 3D



Il solutore di **AZTEC FEM GT** implementa l'elemento trave spaziale a 2 nodi con 12 gradi di libertà complessivi. Per ogni nodo abbiamo infatti abbiamo 6 componenti di spostamenti :

traslazioni *u, v, w* secondo le direzioni degli assi *X, Y, Z*

rotazioni θx, θy, θz intorno agli assi *X Y Z*.

Gli spostamenti trasversali dell'asse longitudinale della trave sono pertanto rappresentati da *v* e *w*.

Le caratteristiche di deformazione dell'elemento sono:

deformazione assiale (asse locale x) ε_x

curvatura intorno all'asse locale y (flessionale) χ_y

curvatura intorno all'asse locale z (flessionale) χ_z

curvatura intorno all'asse locale x (torsionale) χ_x

Le seguenti equazioni legano le deformazioni agli spostamenti:

[A]

In **AZTEC FEM GT** è possibile utilizzare sia l'elemento trave di **Bernoulli-Eulero** (senza deformabilità tagliante) che l'elemento trave di **Timoshenko** (con deformabilità tagliante).

In entrambe le formulazioni la sezione trasversale della trave rimane piana a deformazione avvenuta; ma mentre nella trave di **Bernoulli** essa rimane ortogonale all'asse della trave anche a deformazione avvenuta, nella trave di **Timoshenko** tale ortogonalità si perde a causa dello scorrimento angolare legato al taglio.

Come è noto nella trave di **Bernoulli** le rotazioni θ non sono variabili indipendenti ma sono ricavate come derivata dello spostamento trasversale *w*

$$\theta_y = \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \theta_z = \frac{\partial w}{\partial x} \qquad [B]$$

dove *x* è l'ascissa lungo l'asse della trave. Nella trave di **Timoshenko** invece le rotazioni sono variabili indipendenti ma legate allo spostamento trasversale mediante la seguente relazione

$$\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y = \gamma_z \qquad \frac{\partial v}{\partial x} - \theta_z = \gamma_y \qquad [C]$$

dove γ_y e γ_z rappresentano lo scorrimento angolare (deformabilità tagliante) nelle direzioni *y* e *z* locale.

Le relazioni [C] degenerano nelle relazioni [B] quando le deformabilità taglianti sono trascurabili ($\gamma_y = \gamma_z = 0$) il che accade per travi snelle (rapporto luce/altezza sezione > 5).

Per la trave di **Bernoulli** quindi dalle [A] e dalle [B], si ricava l'espressione delle curvature in funzione degli spostamenti trasversali della linea d'asse:

$$X_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad X_z = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Le relazioni sforzo-deformazioni sono invece le seguenti:

Sforzo assiale	$N = E\,A\,\varepsilon_x$
Momento torcente	$Mt = G\,J_t\,X_x$
Momento flettente intorno asse y	$My = E\,I_y\,X_y$
Momento flettente intorno asse z	$Mz = E\,I_z\,X_z$

Dove i simboli assumono i seguenti significati:

E, modulo elastico del materiale costituente la trave (modulo di Young);

G, modulo elastico tangenziale del materiale costituente la trave $G = E / [2 (1 + \nu)]$;

I_y ed I_z, momenti d'inerzia della sezione trasversale della trave *intorno* agli assi x ed y locali;

A, area della sezione trasversale;

J_t, è il momento d'inerzia polare della sezione trasversale.

Per la trave di **Timoshenko** valgono le seguenti relazioni per i tagli Ty e Tz

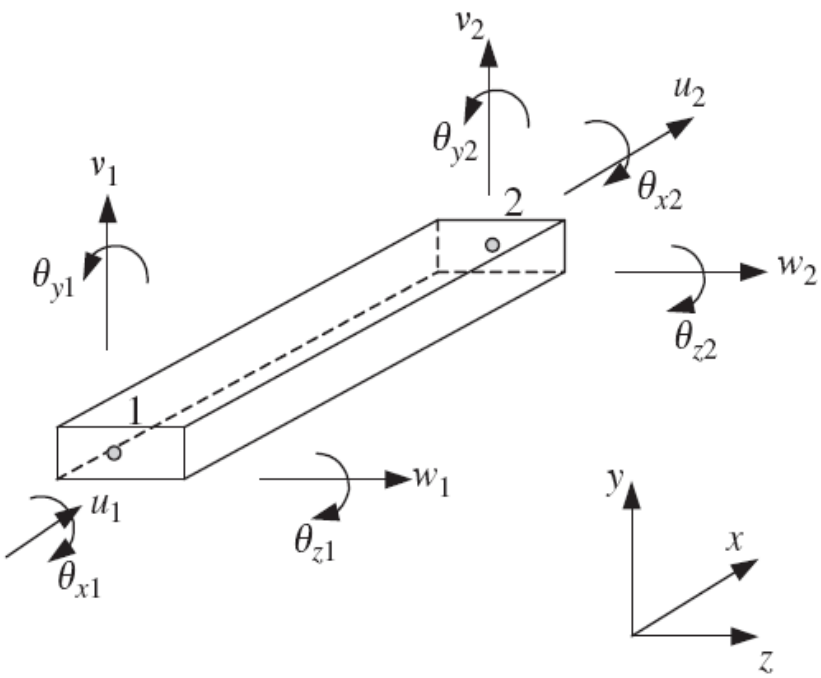
$$T_y = GA\ \gamma_y/k_y$$

$$T_z = GA\ \gamma_z/k_z$$

dove k_y e k_z sono I fattori di taglio della sezione (5/6 per la sezione rettangolare).

Nella trave di **Bernoulli** i tagli si ricavano dai momenti associati mediante equazioni di equilibrio.

19.1 Elemento asta - Formulazione di Bernoulli



Gradi di libertà dell'elemento trave (sistema locale)

Per la trave di **Bernoulli** si assumono funzioni di interpolazioni cubiche per gli spostamenti (interpolazione di **Hermite**) trasversali v, w.

Indichiamo con u_1, v_1, w_1, θ_{1x}, θ_{1y}, θ_{1z} gli spostamenti nodali in corrispondenza del primo nodo della trave (sistema locale) e con u_2, v_2, w_2, θ_{2x}, θ_{2y}, θ_{2z} gli spostamenti in corrispondenza del secondo nodo della trave.

Assumendo un sistema di coordinate isoparametrico con origine nel punto medio dell'elemento trave (L_e lunghezza elemento, x_2 ed x_1 ascisse locali dei nodi estremi)

$$\xi = \frac{x_2 - x_1}{2 \cdot L_e} \qquad -1 \le \xi \le 1$$

Le funzioni di forma dello spostamento w possono essere scritte come:

$$N_{w1} = \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3)$$

$$N_{w2} = \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3)$$

$$N_{\theta 1} = \frac{L_e}{8}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3)$$

$$N_{\theta 2} = \frac{L_e}{8}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3)$$

Dove N_w sono le funzioni di forma relative agli spostamenti nodali e N_θ sono le funzioni di forma relative alle rotazioni nodali.

Lo spostamento trasversale w alla generica ascissa ξ sarà pertanto espresso da:

$$w(\xi) = N_{w1}w1+N_{w2}w2+N_{\theta 1}\theta_{y1}+N_{\theta 2}\theta_{y2}$$

Espressione analoga abbiamo per lo spostamento trasversale v (a meno di alcuni segni sulle funzioni N_θ)

$$v(\xi) = N_{v1}v1+N_{v2}v2+N_{\theta 1}\theta_{z1}+N_{\theta 2}\theta_{z2}$$

Le rotazioni alla generica ascissa ξ si ricavano per derivazione della funzioni $v(\xi)$ e $w(\xi)$, e da queste per ulteriore derivazioni si ricavano le curvature. Pertanto le rotazioni risultano funzioni quadratiche di ξ e le curvature funzioni lineari di ξ.

Gli spostamenti assiali e la rotazione intorno all'asse x sono interpolati in funzione dei valori nodali, mediante funzioni lineari della variabile ξ.

$$u(\xi)=1/2(1-\xi)\ u_1+1/2(1+\xi)\ u_2$$

$$\theta_x(\xi)=1/2(1-\xi)\ \theta_{x1}+1/2(1+\xi)\ \theta_{x2}$$

Note le funzioni di interpolazioni degli spostamenti si ricavano per derivazione le relazioni che legano le deformazioni agli spostamenti nodali (matrice **B**). Definita la matrice elastica della sezione:

$$D = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EIy & 0 \\ 0 & 0 & EIz \end{bmatrix}$$

La matrice di rigidezza si ottiene dalla seguente integrazione:

$$K_E = \int_V B^T DBdV$$

Dove *V* rappresenta il volume dell'elemento ($V = A * L_e$)

La matrice di rigidezza dell'elemento di **Bernoulli** viene riportata di seguito:

$$\begin{bmatrix}
\frac{EA}{l} & & & & & & & & & & & \\
0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & \text{Simmetrica} & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & & & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & & & & & & & \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{zz}}{l} & & & & & & \\
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & & & & \\
0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & \\
0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & & & \\
0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & & \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l}
\end{bmatrix}$$

Riportiamo per comodità gli spostamenti nodali dell'elemento correlati alla matrice *Ke*

$$u_1,\ v_1,\ w_1,\ \theta_{x1},\ \theta_{y1},\ \theta_{z1} \qquad u_2,\ v_2,\ w_2,\ \theta_{x2},\ \theta_{y2},\ \theta_{z2}$$

Il corrispondente vettore dei carichi nodali, equivalenti ad un carico uniformemente distribuito *q*, viene costruito mediante la seguente integrazione

$$p_e = \int_{Le} Nqdx$$

Avendo indicato con *N* il vettore contenente le funzioni di forma degli spostamenti dell'elemento.

Una volta determinati la matrice di rigidezza ed il vettore dei carichi nodali del singolo elemento, questi vanno assemblati nella matrice globale K_G e nel vettore dei carichi nodali globali p. Pertanto sia la matrice K_e che il vettore p_e devono essere riportati nel sistema di riferimento globale.

La matrice di rotazione T (12x12) è definita dalla seguente espressione

$$T = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda \end{bmatrix}$$

Essendo Λ la matrice ottenuta dal prodotto dei coseni direttori degli assi locali e globali

$$\Lambda = \begin{bmatrix} e_1^{'}e_1 & e_1^{'}e_2 & e_1^{'}e_3 \\ e_2^{'}e_1 & e_2^{'}e_2 & e_2^{'}e_3 \\ e_3^{'}e_1 & e_3^{'}e_2 & e_3^{'}e_3 \end{bmatrix}$$

ed i termini *0* della matrice T rappresentano sottomatrici nulle di ordine 3x3.

Pertanto la matrice di rigidezza ed il vettore dei carichi nel sistema globale saranno espressi come

$$K_E = T^T K_e T$$
$$p_E = T^T p_e$$

Mediante il processo di assemblaggio esteso a tutti gli elementi del modello si ricavano dunque la matrice di rigidezza globale del sistema K_G ed il vettore dei carichi nodali p.

La risoluzione del sistema dove u è il vettore di tutti gli spostamenti nodali:

$$K_G u = p$$

19.2 Elemento asta - Formulazione di Timoshenko

Nella formulazione di **Timoshenko** le rotazioni sono interpolate indipendentemente dagli spostamenti (non sono ottenute derivazione del campo di spostamenti). Occorre pertanto definire delle funzioni di forma sia per gli spostamenti che per le rotazioni.

La modellazione adottata in **AZTEC FEM GT** assume delle funzioni di forma cubica per gli spostamenti e quadratiche per le rotazioni.

Per le rotazioni si assume:

$$\theta_y = \frac{1}{2}(\xi^2 - \xi)\theta_{y1} + \frac{1}{2}(\xi^2 + \xi)\theta_{y2} + (1 - \xi^2)\theta_{y3}$$

La rotazione θ_{y3} è la rotazione in corrispondenza del punto medio dell'elemento.

Si assume per *w* la seguente espressione:

$$w(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi)w_1+\frac{1}{2}(1+\xi)w_2-L_e(1-\xi^2)\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\xi\right)\theta_{y1}-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\xi\right)\theta_{y2}+\frac{1}{6}\xi\theta_{y3}\right]$$

Come si vede da questa espressione lo spostamento trasversale w non dipende solo dagli spostamenti nodali *w* ma anche dalle rotazioni nodali θ. Questa tecnica ampiamente utilizzata nello sviluppo di elementi piastra è nota in letteratura come *linked interpolation*.

Pertanto la cinematica dell'elemento è caratterizzata oltre che dagli spostamenti dei nodi di estremità anche dalla rotazioni interne (in pratica è stato aggiunto un nodo al centro dell'elemento di cui si considera solo la rotazione).

Conviene però esprimere questo grado di libertà aggiuntivo in forma gerarchica (incremento rispetto alla rotazione media):

$$\theta_{y3}=\Delta\theta_{y3}+\frac{1}{2}(\theta_{y1}+\theta_{y2})$$

Sostituendo nell'espressione di $\theta(\xi)$ e $w(\xi)$ otteniamo le espressioni:

$$\theta_y(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi)\theta_{y1}+\frac{1}{2}(1+\xi)\theta_{y2}+(1-\xi^2)\Delta\theta_{y3}$$

$$w(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi)w_1+\frac{1}{2}(1+\xi)w_2-L_e(1-\xi^2)\left[\frac{1}{8}\left(\theta_{y1}-\theta_{y2}\right)+\frac{1}{6}\xi\Delta\theta_{y3}\right]$$

Le espressioni che riguardano lo spostamento $v(\xi)$ e le rotazioni $\theta_z(\xi)$ si ricavano in modo analogo ottenendo:

$$\theta_z(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi)\theta_{z1}+\frac{1}{2}(1+\xi)\theta_{z2}+(1-\xi^2)\Delta\theta_{z3}$$

$$v(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi)v_1+\frac{1}{2}(1+\xi)v_2+L_e(1-\xi^2)\left[\frac{1}{8}\left(\theta_{z1}-\theta_{z2}\right)+\frac{1}{6}\xi\Delta\theta_{z3}\right]$$

Da queste espressioni si ricavano le deformazioni (curvature e scorrimenti) in funzione dei parametri nodali dell'elemento

$$\chi_y=\frac{\partial\theta_y}{\partial x}=\left[\frac{-1}{2}\theta_{y1}+\frac{1}{2}\theta_{y2}-2\xi\Delta\theta_{y3}\right]\times\frac{2}{L}$$

$$\chi_z=\frac{\partial\theta_z}{\partial x}=\left[\frac{-1}{2}\theta_{z1}+\frac{1}{2}\theta_{z2}-2\xi\Delta\theta_{z3}\right]\times\frac{2}{L}$$

$$\gamma_y = \frac{\partial v}{\partial x} - \theta_z = \frac{v_2 - v_1}{L} - \frac{1}{2}(\theta_{z1} + \theta_{z2}) - \frac{2}{3}\Delta\theta_{z3}$$

$$\gamma_z = \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_y = \frac{w_2 - w_1}{L} + \frac{1}{2}(\theta_{y1} + \theta_{y2}) + \frac{2}{3}\Delta\theta_{y3}$$

Dalle precedenti espressioni è immediato ricavare la matrice di deformazione B ed ottenere la matrice di rigidezza

$$K_E = \int_V B^T DBdV$$

Dove V rappresenta il volume dell'elemento ($V = A * L_e$)

L'integrale può essere svolto numericamente (mediante integrazione alla Gauss) o analiticamente.

La matrice di rigidezza così ottenuta ha dimensioni (14x14) in quanto oltre ai gradi di libertà dei nodi estremi dell'elemento sono stati introdotti i gradi di libertà $\Delta\theta_{y3}$, $\Delta\theta_{z3}$ nel punto medio dell'elemento. Essendo queste variabili interne all'elemento stesso possono essere eliminate mediante condensazione statiche, per ottenere la matrice di rigidezza di dimensioni 12x12 che coinvolge solo i gradi di libertà esterni dell'elemento.

L'elemento così formulato si comporta in modo corretto sia per travi tozze che per travi snelle ed è esente quindi dal problema del *locking*, che è invece presente in altri tipi di formulazioni. Con tale matrice è possibile simulare sia la trave di **Timoshenko** (attivando la deformabilità tagliante) che la trave di **Bernoulli** disattivando il contributo della deformabilità tagliante.

20 Elemento Molla alla Winkler

La matrice di rigidezza della terna di molle afferenti nel nodo i-esimo del modello si esprime, nel riferimento locale della molla, come

$$\overline{K}_M = \begin{bmatrix} kx & 0 & 0 \\ 0 & ky & 0 \\ 0 & 0 & kz \end{bmatrix}$$

Dove *kx, ky, kz* rappresentano le rigidezze nelle tre direzioni considerate espresse in Kg/cm.

Tale matrice va riportata nel sistema di riferimento globale XYZ mediante opportuna matrice di rotazione che trasforma gli spostamenti e le forze dal sistema locale al sistema globale.

La matrice di rotazione Λ si ottiene come prodotto scalare dei versori del sistema locale con quelli del sistema globale. Indicando con $\boldsymbol{e_1'}$, $\boldsymbol{e_2'}$, $\boldsymbol{e_3'}$ i versori del sistema locale (espressi nel riferimento globale) e con $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$ i versori del sistema globale la matrice Λ assume la seguente espressione:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} e_1' e_1 & e_1' e_2 & e_1' e_3 \\ e_2' e_1 & e_2' e_2 & e_2' e_3 \\ e_3' e_1 & e_3' e_2 & e_3' e_3 \end{bmatrix}$$

La matrice dell'elemento molla nel sistema di riferimento globale sarà data da

$$K_M = \Lambda^T \overline{K}_M \Lambda$$

dove il simbolo ^{T} indica l'operatore trasposta della matrice.

Ottenuta la matrice $\boldsymbol{K_M}$ essa viene 'assemblata' nella matrice globale del sistema, $\boldsymbol{K_G}$, in corrispondenza dei gradi di libertà traslazionali del nodo su cui la molla è inserita. (ricordiamo che in ogni nodo abbiamo 6 gradi di libertà: 3 traslazioni lungo gli assi coordinati e 3 rotazioni intorno agli assi stessi).

21 Metodi di calcolo analisi non lineare

In **AZTEC FEM GT** per la soluzione del sistema di equazioni *non lineari* sono stati implementati i seguenti metodi:

- Metodo di **Newton-Raphson** (NR)
- Metodo di **Newton-Raphson Modificato** (NRM)
- **Arc Length Method** (ALM), metodo dell'arco di curva
- Metodo di **Eulero**

21.1 Metodo di Newton-Raphson

Il metodo di **Newton-Raphson**, detto metodo delle tangenti, dovuto ad **Isaac Newton** e **Joseph Raphson** può essere cosi schematizzato:

$$r_j = p - s[u\,]$$

$$u_{j+1} = u_j + K^{-1} \cdot r_j$$

dove r_j rappresenta il residuo o squilibrio fra i carichi applicati e la risposta della struttura.

Il vettore *S* delle forze interne dipende dallo stato tensionale agente e quindi dagli spostamenti. Raggiunta la convergenza a fine passo verrà aggiornato lo stato tensionale:

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \Delta\sigma,$$

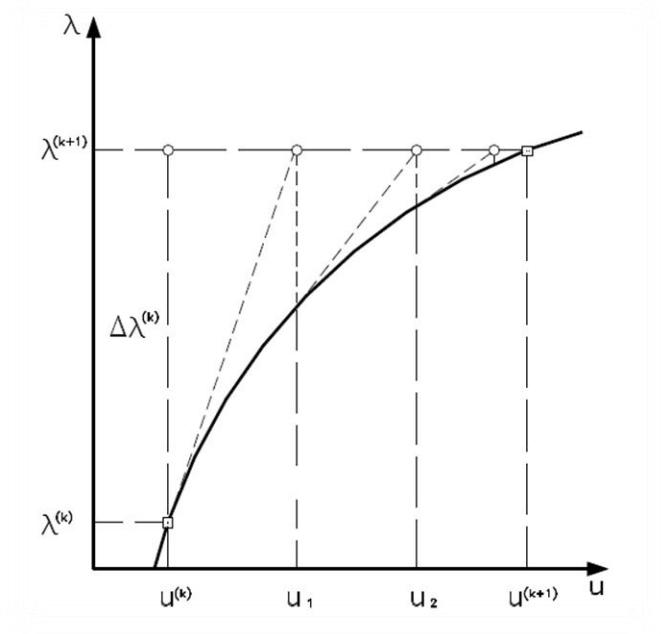
che rappresenterà lo stato di partenza per il passo di carico successivo ($\Delta\sigma$ rappresenta l'incremento di tensione dovuto al passo di carico corrente).

Il processo si arresta quando la norma in energia scende al di sotto di una certa soglia. In particolare, viene determinata la norma al primo *step* del singolo passo di carico, e all'interno dello stesso, tale norma viene moltiplicata per una tolleranza imposta. In **AZTEC FEM GT** questa tolleranza può essere selezionata dall'utente.

La norma in energia è determinata dalla seguente relazione:

$$norma_e = r_j^T \cdot K^{-1} \cdot r_j$$

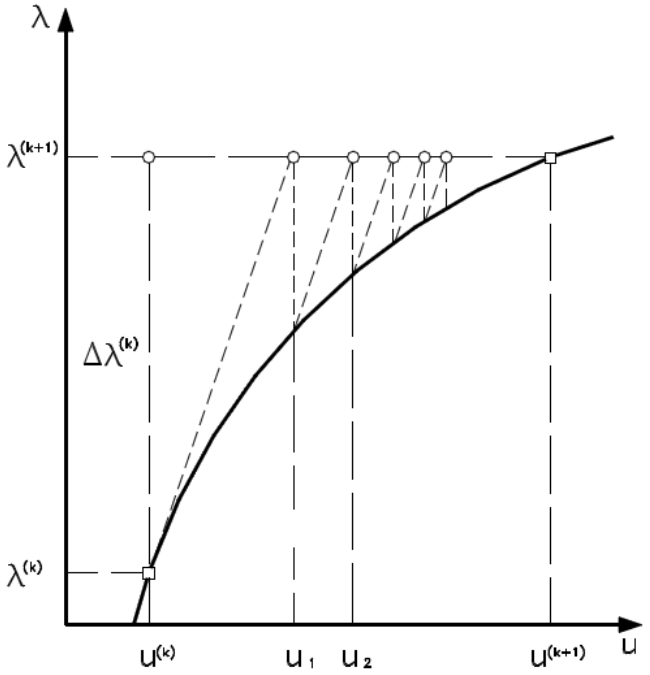
Il metodo di **Newton-Raphson** (NR) è stato implementato riassemblando la matrice di rigidezza, usata come matrice di iterazione, in ogni *loop* all'interno del passo di carico, come mostrato nella figura di seguito riportata.



21.2 Metodo di Newton-Raphson modificato

Il metodo di **Newton-Raphson** modificato differisce, da quello descritto nel precedente paragrafo, per il fatto che la matrice di iterazione non viene assemblata forzatamente all'interno della singola iterazione, ma il riassemblaggio viene effettuato solo al termine del singolo passo di carico. In **AZTEC FEM GT** sono state implementate due varianti di questo metodo risolutivo. La prima implementazione considera un riassemblaggio della matrice di rigidezza, anch'essa funzione dello stato tensionale e della storia di carico, ogni fine passo di carico. In questa prima versione implementativa l'algoritmo risolutore potrebbe, all'interno di un determinato passo di carico, decidere di riassemblare la matrice se i *loop* richiesti per la convergenza superano una certa soglia. Nella seconda implementazione, detta *Metodo di Newton-Raphson modificato con riassemblaggio controllato*, in base al numero di *loop* utilizzati per raggiungere la convergenza nel singolo passo di carico, l'algoritmo risolutivo decide se riassemblare o meno nel passo di carico successivo.

Il numero di *loop* entro i quali il singolo passo deve arrivare a convergenza è fissato di default a 250 ma ed è possibile cambiarlo dalla finestra *Opzioni Analisi*. Nella figura di seguito riportata viene illustrata la strategia iterativa all'interno di passo di carico.



21.3 Arc Lenght Method

Il metodo dell'arco di curva (ALM) è stato introdotto da **E.Riks** (1974) per l'analisi incrementale di problemi elastici geometricamente non lineari. L'idea base di tale metodo è quella di aggiungere come ulteriore variabile del problema il parametro di carico λ e, per pareggiare il numero delle incognite, si rende necessaria l'aggiunta di una ulteriore equazione che imponga l'ortogonalità nello spazio *(u,* λ) tra la correzione iterativa e l'incremento totale nel passo di carico.
La correzione iterativa può essere espressa dalle seguenti espressioni:

$$\begin{cases} \dot{u} = u_{j+1} - u_j \\ \dot{\lambda} = \lambda_{j+1} - \lambda_j \end{cases}$$

L'incremento totale di fine passo può essere espresso dalle seguenti espressioni:

$$\begin{cases}\Delta u = u_j - u_0 \\ \Delta\lambda = \lambda_j - \lambda_0\end{cases}$$

dove con u_0 e λ_0 si sono indicati rispettivamente il vettore degli spostamenti e moltiplicatore dei carichi di inizio passo.

La condizione di ortogonalità tra la correzione iterativa e l'incremento totale di fine passo, può essere rappresentata attraverso la seguente espressione:

$$\Delta \boldsymbol{u}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M} \dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{\mu} \Delta\lambda \dot{\lambda} = \mathbf{0}$$

dove *M* e μ rappresentano opportuni parametri metrici.

Lo schema risolutivo può essere così schematizzato:

$$\begin{cases} K\dot{u} - \hat{p}\dot{\lambda} = r_j \\ \Delta u^T M\dot{u} + \mu\Delta\lambda\dot{\lambda} = 0 \end{cases}$$

dove $\hat{p} = \frac{dp[\lambda]}{d\lambda}$.

Per problemi elasto-plastaci una scelta conveniente per i parametri *M* e μ può essere la seguente:

$$\begin{cases} \mu = 0 \\ M \approx K_j \end{cases}$$

La scelta effettuata porta alla seguente rappresentazione del processo risolutivo:

$$\begin{cases} \lambda_{j+i} = \lambda_j - \dfrac{r_j^T \hat{u}}{\hat{p}^T \hat{u}} \\ u_{j+1} = u_j + K^{-1} r_j + (\lambda_{j+1} - \lambda_j)\hat{u} \end{cases}$$

Nell'algoritmo risolutivo sono stati considerati due parametri adattativi per aumentare la capacità di convergenza del metodo. Il primo parametro *β* riguarda l'estrapolazione iniziale del passo:

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \beta\Delta u_0 \\ \lambda_1 = \lambda_0 + \beta\Delta\lambda_0 \end{cases}$$

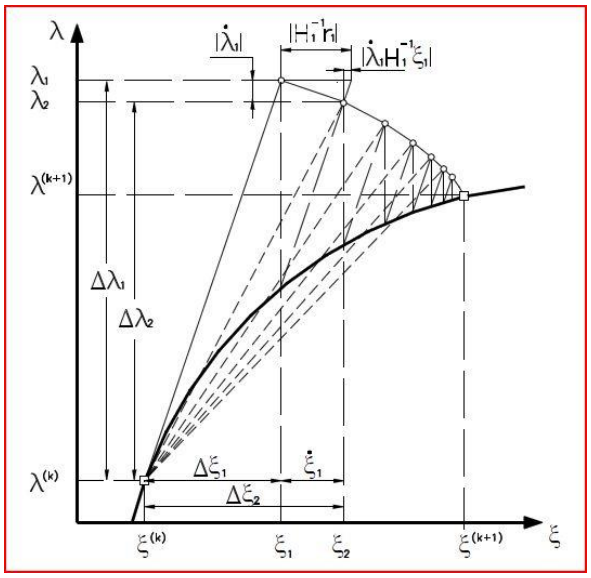
dove Δu_0 e $\Delta\lambda_0$ rappresentano gli incrementi totali rispettivamente del vettore degli spostamenti e del moltiplicatore dei carichi, ottenuti al passo precedente.

Il secondo parametro ω interviene nella valutazione della matrice di iteratione $\widetilde{K} = \frac{K}{\omega}$

Il parametro β viene determinato in funzione del numero di loop impiegati per raggiungere la convergenza al passo di carico precedente, e del numero ottimale di loop, posto pari a 5, per il raggiungimento della stessa. La valutazione del parametro ω viene effettuata attraverso la seguente relazione:

$$\omega_{j+1} = \omega_j \frac{r_j^T \dot{u}_j}{\left(r_j - r_{j+1}\right)^T \dot{u}_j}$$

Di seguito viene riportata una figura dove viene illustrato il metodo dell'arco di curva.



Nella figura si è indicata con H la matrice di iterazione K.

In **AZTEC FEM GT** sono state implementate quattro varianti del metodo dell'arco di curva:

riassemblaggio ogni incremento di carico, la matrice di rigidezza dell'insieme complesso terreno-struttura viene assemblata passo di carico

riassemblaggio condizionato, la matrice di rigidezza viene assemblata in automatico quando l'algoritmo risolutivo riscontra che la convergenza richiede un numero elevato di loop

usa matrice elastica iniziale, la matrice di rigidezza viene assemblata solo al primo passo di carico

usa matrice elastica iniziale corretta; la matrice di rigidezza viene assemblata solo al primo passo di carico e viene corretta tramite lo scalare ω calcolato precedentemente.

22 Analisi dinamica al passo

L'analisi dinamica al passo considera direttamente gli effetti inerziali e viscosi del sistema, a differenza dell'analisi statica. L'equazione del sistema è di seguito riportata:

$$M \cdot \ddot{U} + C \cdot \dot{U} + K \cdot U = R$$

detta equazione di equilibrio dinamico, in cui:

- M è la matrice delle masse;
- $\ddot{U}$ è il vettore dell'accelerazioni nodali;
- C è la matrice che tiene conto dello smorzamento viscoso;
- $\dot{U}$ è il vettore delle velocità nodali;
- K è la matrice delle rigidezze;
- U è il vettore degli spostamenti nodali;
- R è la forzante esterna;

L'equazione di equilibrio dinamico può essere scritta anche nella seguente forma:

$$F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) = R(t)$$

dove:

$F_I(t) = M \cdot \ddot{U}$ è il vettore delle forze di inerzia, $F_D(t) = C \cdot \dot{U}$ è il vettore delle forze viscose e $F_E(t) = K \cdot U$ è il vettore delle forze elastiche.

La forzante esterna viene determinata mediante l'uso di accelerogrammi simulati, artificiali o misurati secondo quanto prescritto dalle norme vigenti. Ogni accelerogramma descrive una componente, orizzontale o verticale, dell'azione sismica; l'insieme delle tre componenti (due orizzontali, tra loro ortogonale ed una verticale) costituisce un gruppo di accelerogrammi.

In **AZTEC FEM GT** sono la soluzione dell'equazione di equilibrio dinamica viene eseguita attraverso i seguenti metodi:

1. Metodo delle Differenze Centrali
2. Metodo di Wilson
3. Metodo di Newmark

22.1 Metodo delle Differenze centrali

Se l'equazione di equilibrio dinamico è vista come un sistema equazioni differenziale ordinario a coefficienti costanti, allora risulta conveniente approssimare le accelerazioni e le velocità in funzione degli spostamenti con delle espressioni alle differenze finite.

In particolare l'espressione che lega gli spostamenti alle accelerazioni all'istante di tempo t è la seguente:

$$ {}^{t}\ddot{U} = \frac{1}{\Delta t^2}\left({}^{t-\Delta t}U - 2\cdot{}^{t}U + {}^{t+\Delta t}U\right) $$

L'errore commesso nell'approssimazione precedente è dell'ordine di $(\Delta t)^2$, e lo stesso ordine errore si raggiunge per l'approssimazione delle velocità se si usa la seguente espressione:

$$ {}^{t}\dot{U} = \frac{1}{2\cdot\Delta t}\left(-{}^{t-\Delta t}U + {}^{t+\Delta t}U\right). $$

La soluzione in termini di spostamento all'istante t+Δt si ottiene considerando l'equazione di equilibrio dinamico al tempo t:

$$ M\cdot{}^{t}\ddot{U} + C\cdot{}^{t}\dot{U} + K\cdot{}^{t}U = {}^{t}R \quad (*). $$

Sostituendo le relazioni per ${}^{t}\ddot{U}$ e ${}^{t}\dot{U}$ si ottiene:

$$ \left(\frac{1}{\Delta t^2}M + \frac{1}{2\Delta t}C\right)\cdot{}^{t+\Delta t}U = {}^{t}R - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2}M\right)\cdot{}^{t}U - \left(\frac{1}{\Delta t^2}M + \frac{1}{2\Delta t}C\right)\cdot{}^{t-\Delta t}U \ . $$

Dall'espressione precedente si ricava il valore di ${}^{t+\Delta t}U$, considerando l'equazione di equilibrio all'istante t per cui si tratta di uno schema di integrazione esplicito.

Nel metodo delle differenze centrali il calcolo di ${}^{t+\Delta t}U$, utilizza i valori di ${}^{t}U$ e ${}^{t-\Delta t}U$ per cui occorre prestare attenzione al processo di inizializzazione all'istante t=0. A tale istante sono noti ${}^{0}U, {}^{0}\dot{U}$ e ${}^{0}\ddot{U}$ per cui possiamo scrivere:

$$ {}^{-\Delta t}U = {}^{0}U - \Delta t\cdot{}^{0}\dot{U} + \frac{\Delta t^2}{2}\cdot{}^{0}\ddot{U} $$

Un aspetto molto importante per l'utilizzo del metodo è il passo temporale Δt, che deve essere molto piccolo per garantire la stabilità del metodo:

$$ \Delta t \le \Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi} $$

dove T_n è il periodo più piccolo della struttura.

22.2 Metodo di Wilson θ

Nel metodo di Wilson θ è una estensione dei metodi che considerano una variazione lineare dell'accelerazione fra l'istante t e l'istante t+Δt. In particolare nel metodo viene assunto l'andamento dell'accelerazione lineare fra l'istante di tempo t e l'istante di tempo t+ $\theta*\Delta$t, con $\theta \geq 1.0$. Per θ=1 lo schema rientra in quelli ad accelerazione lineare. Il metodo di Wilson è incondizionatamente stabile per $\theta \geq 1.37$ ed generalmente usato il valore di 1,4.

Se indichiamo con τ l'incremento di tempo con $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$, possiamo scrivere per l'intervallo di tempo da *t* a $t+\theta\Delta t$:

$$^{t+\tau}\ddot{U} = {}^{t}\ddot{U} + \frac{\tau}{\theta\Delta t}\left({}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} - {}^{t}\ddot{U}\right) \quad \text{(A)}$$

Integrando l'espressione (A) otteniamo:

$$^{t+\tau}\dot{U} = {}^{t}\dot{U} + {}^{t}\ddot{U}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t}\left({}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} - {}^{t}\ddot{U}\right) \quad \text{(B)}$$

$$^{t+\tau}U = {}^{t}U + {}^{t}\dot{U}\tau + \frac{1}{2}{}^{t}\ddot{U}\tau^2 + \frac{1}{6\theta\Delta t}\tau^3\left({}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} - {}^{t}\ddot{U}\right) \quad \text{(C)}$$

Se valutiamo le espressioni (B) e (C) all'istante temporale $t+\theta\Delta t$ otteniamo:

$$^{t+\theta\Delta t}\dot{U} = {}^{t}\dot{U} + \frac{\theta\Delta t}{2}\left({}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} + {}^{t}\ddot{U}\right)$$

$$^{t+\theta\Delta t}U = {}^{t}U + \theta\Delta t\,{}^{t}\dot{U} + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6}\left({}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} + 2\,{}^{t}\ddot{U}\right)$$

da cui è possibile determinare $^{t+\theta\Delta t}\ddot{U}$ e $^{t+\theta\Delta t}\dot{U}$ in termini di $^{t+\theta\Delta t}U$:

$$\begin{aligned} ^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} &= \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}\left({}^{t+\theta\Delta t}U - {}^{t}U\right) - \frac{6}{\theta\Delta t}{}^{t}\dot{U} - 2\,{}^{t}\ddot{U} \\ ^{t+\theta\Delta t}\dot{U} &= \frac{3}{\theta\Delta t}\left({}^{t+\theta\Delta t}U - {}^{t}U\right) - 2\,{}^{t}\dot{U} - \frac{\theta\Delta t}{2}{}^{t}\ddot{U} \end{aligned} \quad \text{(D)}$$

Per ottenere la soluzione per gli spostamenti, le velocità le accelerazioni all'istante $t+\Delta t$, le equazioni di equilibrio dinamiche sono scritte all'istante $t+\theta\Delta t$:

$$\begin{aligned} &M\cdot{}^{t+\theta\Delta t}\ddot{U} + C\cdot{}^{t+\theta\Delta t}\dot{U} + K\cdot{}^{t+\theta\Delta t}U = {}^{t+\theta\Delta t}\overline{R} \\ &^{t+\theta\Delta t}\overline{R} = {}^{t}R + \theta\left({}^{t+\Delta t}R - {}^{t}R\right) \end{aligned} \quad \text{(E).}$$

Sostituendo le espressioni (D) nell'espressione (E) otteniamo un sistema di equazioni le cui incognite sono ${}^{t+\theta\Delta t}U$. Risolto tale sistema e sostituendo nelle espressioni (A), (B) e (C) calcolate per $\tau = \Delta t$, possiamo determinare le accelerazioni, le velocità e gli spostamenti all'istante t+Δt.

Il metodo di Wilson θ si inquadra tra i metodi di integrazione implicita.

22.3 Metodo di Newmark

Lo schema d'integrazione di Newmark può essere visto come un'estensione del metodo ad accelerazione lineare.

Posto:

$$ {}^{t+\Delta t}\dot{U} = {}^{t}\dot{U} + \left[(1-\delta)\,{}^{t}\ddot{U} + \delta\,{}^{t+\Delta t}\ddot{U}\right]\Delta t \quad \text{(A)} $$

$$ {}^{t+\Delta t}U = {}^{t}U + {}^{t}\dot{U}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right){}^{t}\ddot{U} + \alpha\,{}^{t+\Delta t}\ddot{U}\right]\Delta t^2 \quad \text{(B)} $$

dove α e δ sono dei parametri che determinano l'accuratezza e la stabilità del metodo.

Quando i parametri su citati assumo i valori:

$$ \delta = \frac{1}{2} \text{ e } \alpha = \frac{1}{6} $$

le relazioni (A) e (B) corrispondono a quelle dello schema d'integrazione ad accelerazione lineare.

In genere la scelta consigliata per questi parametri è:

$$ \delta \geq 0.50 \quad \text{e} \quad \alpha \geq 0.25(0.5+\delta)^2 . $$

Per la soluzione del problema le equazioni di equilibrio sono scritte per l'istante t+Δt:

$$ M \cdot {}^{t+\Delta t}\ddot{U} + C \cdot {}^{t+\Delta t}\dot{U} + K \cdot {}^{t+\Delta t}U = {}^{t+\Delta t}R $$

Dall'espressione (B) si determina ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}$ in funzione di ${}^{t+\Delta t}U$ e sostituendo nell'espressione (A) si ricava ${}^{t+\Delta t}\dot{U}$.

I valori di ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}$ e di ${}^{t+\Delta t}\ddot{U}$ cosi ottenuti si sostituiscono nell'equazione dei equilibro che ha come unica incognita ${}^{t+\Delta t}U$.

Anche lo schema di integrazione di Newmark si colloca nell'ambito degli schemi di integrazione espliciti.

23 Bibliografia

Lo S.H.. A new generation scheme for arbitrary planar domain. *Int. Journal for Numerical Methods in Eng., 21:1403-1426, 1985*

Talbert JA, Parkinson AR. Development of an automatic, two dimensional finite element mesh generation using quadrilateral elements and Bezier curve boundary definition*. Int J Numer Meth*

Engng 29:1551–67, 1990

Baehmann, Wittchen, Shepard, Grice, Yerry. Robust, geometrically based, automatic two-dimensional mesh generation. *Int. Journal for Numerical Methods in Eng., 24:1043-1078, 1987*

D. Nowottny Quadrilateral Mesh Generation via Geometrically Optimized Domain Decomposition. *University of Stuttgart, Department of Mathematics*

Owen, Staten, Canann, Saigal. Advancing Front Quadrilateral Meshing Using Triangle Transformations. *Department of Civil and Environment Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA*

Sarrate, Huerta. Efficient unstructured quadrilateral mesh generation. *Int. Journal for Numerical Methods in Eng., 49:1327-1350, 2000*

Cook R. D. - *Concepts and Applications of Finite Element Analysis* – J. Wiley & Sons, 2002

Bathe, K.J. – *Finite Element Procedures* – Prentice Hall, 1996

Onate E.- *Calculo de Estructuras por el Metodo de Elementos Finitos*– CIMNE, 1995

Zienkiewicz, Taylor, Zhu - *The Finite Element Method. Its Basis and Fundamentals* – Elsevier, 2005

Zienkiewicz, Taylor - *The Finite Element Method. For Solid and Structural Mechanics* – Elsevier, 2005

Reddy - *An Introduction to The Finite Element Method* – McGraw-Hill, 1993

Reddy - *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis* – Oxford, 2004

Dhatt G., Touzot G. – *The Finite Element Method Displayed* - J. Wiley & Sons, 1985

Crisfield M.A. – *Finite Elements and Solution Procedures for Structural Analysis* – Pineridge Press, 1986

Crisfield M.A. – *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures , Volume 1 e 2-* . Wiley & Sons Press, 1991

T. J.R. Hughes – *The Finite Element Method – Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis* – Dover Publications, 2000

K.J Bathe and M.R. Khoshgoftaar – *Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration* - International Journal for Numerical and Analytica Methods in Geomechanics, vol. 3 - -1979

H.A.A. Abdel-Gawad – *Modified finite element method for steady groundwater flow with free surface* – Alexandria Engineering Journal vol. 43 – 2004

S.W. Sloan and A.J. Abbo – *Biot consolidation analysis with automatic time stepping and error control Part 1: theory and implementation* - - International Journal for Numerical and Analytica Methods in Geomechanics, vol. 23- 1999

D. Sheng , S.W. Sloan – *Time stepping schemes for coupled displacement and pore pressure analysis* – Computationa Mechanics vol.31 - 2003

D.M. Potts and L. Zdravkovic – *Finite element analysis in geotechnical engineering* – Thomas Telford

LAMBE W.L., WHITMAN R.V. (1979) – Soil Mechanics. John Wiley & Sons.

TERZAGHI K. & PECK R.B. (1967) - Soil Mechanics in Engineering Practice. John Wiley & Sons.

ZIENKIEWICZ O.C. (1977) - The Finite Element Method. McGraw-Hill.

ZIENKIEWICZ O.C. (1999) – Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering.

D.M.Wood – Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics – Cambridge University Press, 1990

Aztec Informatica®

Software per l'Ingegneria Geotecnica e Strutturale

Corso Umberto, 43 – 87059 Casali del Manco (CS)

tel/fax (0984) 432617 r.a.

WEB: www.aztec.it– www.aztecinformatica.com

e-mail: aztec@aztec.it– aztec@aztecinformatica.com